Guía Docente

Matemática en Vaivén 7

de la Reflexión al Conocimiento

- **Planificaciones**
- **Fichas Fotocopiables**

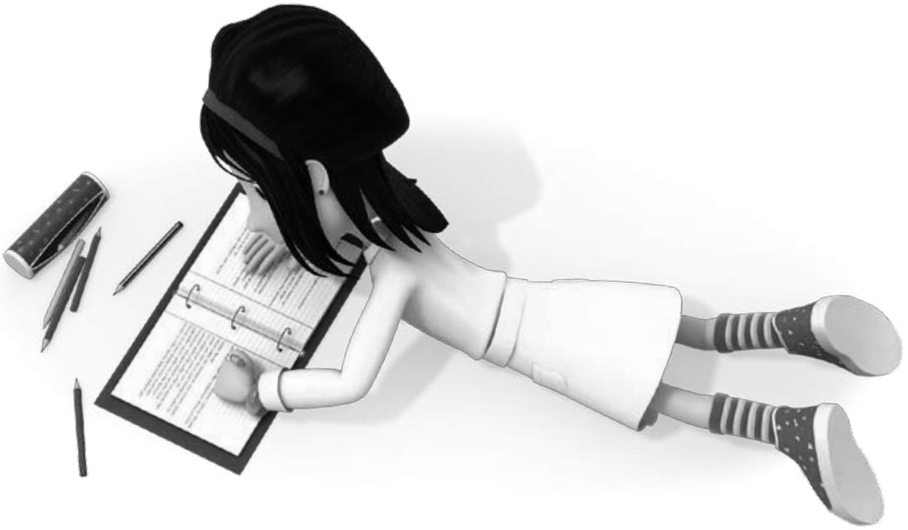
Actividades que tienen como objetivo fundamental *estimular* entre los alumnos *la capacidad para resolver problemas mediante competencias*.

mandioca

Planificación correspondiente a NAP, provincia de Buenos Aires y Ciudad Autónoma de Buenos Aires

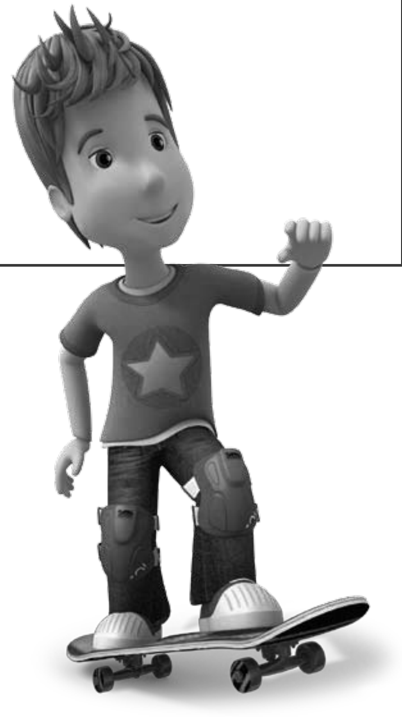
Período y Capítulos	Contenidos	Actividades
PRIMER BIMESTRE **Capítulos 1, 2, 3 y 4.**	Distintos sistemas de numeración. Sistemas posicionales y no posicionales. Sistema sexagesimal en el contexto de las medidas de tiempo y de ángulos. Comparación con nuestro sistema decimal. Descomposición de números naturales en forma polinómica. Representación a escala de números grandes en la recta numérica. Lectura y escritura de números naturales grandes desde los miles de millones en adelante. Problemas que involucren las cuatro operaciones. Propiedades de la suma y la multiplicación. Problemas de combinatoria. La potenciación en la resolución de problemas recursivos. Estrategias de cálculo mental y estimaciones. La división. Algoritmo y análisis del resto. Divisibilidad. Múltiplos y divisores. Criterios de divisibilidad. Números primos y compuestos. Factoreo en factores primos.	Lectura y escritura de números naturales grandes. Reconocer las diferencias entre nuestro sistema de numeración decimal posicional y los sistemas no posicionales romano y egipcio. Expresar los números en sistemas de numeración no posicionales romano y egipcio. Resolución de problemas y análisis del valor posicional en números del sistema decimal. Resolución de problemas utilizando la descomposición polinómica de los números. Ubicar un número en la recta numérica utilizando una escala adecuada y reconocer qué número corresponde a una posición determinada. Sistemas de numeración en otras bases. Sistema sexagesimal (base 60) en la medición del tiempo y los ángulos y sistema binario (base 2) utilizado en electrónica, por ejemplo. Resolución de problemas mediante el uso de adiciones y sustracciones. Problemas que se resuelven con sucesiones de adiciones o sustracciones de números naturales: cálculo de estado final, cálculo de estado inicial o modificaciones independientes de los estados iniciales y finales. Resolución de cálculos que involucren las cuatro operaciones y la utilización de las propiedades. Utilización del principio del producto, factorial de un número y potenciación para resolver problemas simples de conteo. Propiedades de la multiplicación que permitan obtener nuevos productos a partir de productos conocidos. Factoreo de un número en factores primos. Utilización de las reglas de divisibilidad para factorear un número. Realización de la Criba de Eratóstenes. Algoritmo de la división. Obtención del cociente a través de productos conocidos. Análisis de los elementos de una división.

Período y Capítulos	Contenidos	Actividades
SEGUNDO BIMESTRE **Capítulos 5 y 6.**	Números fraccionarios en el contexto de proporcionalidad directa. Orden y recta numérica. Densidad del conjunto de números racionales. Fracciones equivalentes. Adición, sustracción, multiplicación y división de números fraccionarios. Expresiones decimales. Equivalencia entre fracciones decimales y expresiones decimales. Suma y resta de números decimales. Densidad de los números decimales. Multiplicación y división de números racionales entre sí y con números naturales. Determinar la fracción inversa de una fracción dada.	Utilización de fracciones en la resolución de problemas de proporcionalidad directa. Resolver problemas donde se refuerce el concepto de que las fracciones representan el cociente entre números naturales. Resolver problemas de medida en los cuales las fracciones representan la relación entre el todo y las partes, así como también problemas en los que representan una proporción. Ubicar fracciones en la recta numérica y determinar qué fracción corresponde a un punto determinado de la recta. Comparar fracciones. Resolver problemas donde haya que encontrar fracciones equivalentes para compararlas o para hallar fracciones entre ellas. Adición y sustracción de fracciones de igual o distinto denominador utilizando distintas estrategias. Resolver problemas donde se propone multiplicar o dividir fracciones por un número entero o entre fracciones. Resolver problemas que permitan hallar la equivalencia entre fracciones decimales y expresiones decimales. Utilizar la recta numérica o las fracciones equivalentes para hallar un número decimal o una fracción entre dos números racionales dados. Notación científica para números grandes. Uso de la calculadora científica e interpretación de los resultados. Operaciones con decimales. Resolución de problemas relacionados con el sistema monetario. Adición y sustracción de números decimales. Multiplicación y división por la unidad seguida de ceros.



Planificación

Período y Capítulos	Contenidos	Actividades
TERCER BIMESTRE **Capítulos 7, 8 y 9.**	Proporcionalidad directa. Tablas. Representación gráfica. Constante de proporcionalidad. Propiedades de la proporcionalidad. Escala. Proporcionalidad inversa. Funciones lineales: construcción de tablas y gráficos cartesianos. Estadística. Análisis de datos, interpretación de histogramas y gráficos circulares. Cálculo de promedios y modas. Frecuencias absolutas y relativas. Porcentaje. Suma de los ángulos interiores del triángulo. Suma de los ángulos interiores de polígonos convexos. Cálculo de cantidad de diagonales de un polígono. Reproducción y construcción de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares.	Situaciones problemáticas donde intervienen magnitudes que se relacionan de forma directamente proporcional, inversamente proporcional o no proporcional. Utilización de las propiedades de la proporcionalidad directa en los cambios de unidades. Resolución de problemas a través de tablas que impliquen operar con números decimales y fracciones. Utilización de la constante de proporcionalidad para la resolución de problemas. Representación cartesiana de situaciones de proporcionalidad directa. Comparación de situaciones de proporcionalidad directa con situaciones que no son proporcionales. Cálculos de porcentajes, escalas y velocidades utilizando el concepto de proporcionalidad. Resolución de problemas de proporcionalidad inversa. Condiciones para que una situación sea de proporcionalidad inversa. Representación cartesiana. Construcción de tablas y gráficos de situaciones problemáticas que se resuelven con funciones lineales. Análisis de gráficos y organización de datos estadísticos. Tablas de frecuencias, cuadros de doble entrada, diagramas de barras, histogramas o gráficos circulares. Resolución de problemas donde haya que calcular promedios y modas. Uso de tablas de frecuencias relativas y absolutas. Cálculo de porcentajes. Resolución de problemas que involucren la suma de los ángulos interiores de un triángulo. Condiciones para cubrir el plano utilizando una o más figuras geométricas. Resolución de problemas que involucren el cálculo de los ángulos interiores y cantidad de diagonales de cuadriláteros y polígonos. Reproducción de figuras geométricas utilizando regla no graduada y compás. Construcción de polígonos regulares conociendo la cantidad de lados y el radio de la circunferencia circunscripta.



Período y Capítulos	Contenidos	Actividades
CUARTO BIMESTRE **Capítulos 10, 11 y 12.**	Triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares que cubren el plano. Desarrollos planos de prismas, pirámides y conos. Construcción de cuerpos. Medición. Unidades de longitud, de peso, de capacidad y de tiempo. Sistema sexagesimal para la medición de ángulos y de tiempo. Cálculo de área de polígonos y figuras circulares. Cálculo del volumen de cuerpos tomando como unidad de medida cubitos, prismas, etcétera. Equivalencia entre unidades de volumen y de capacidad. Obtención de las fórmulas de volumen del prisma, cono, pirámide y esfera.	Problemas que involucren el cubrimiento del plano utilizando triángulos y cuadriláteros (regulares e irregulares) y polígonos regulares. Condiciones de factibilidad. Clasificación de los cuerpos geométricos. Reconocer cuerpos a través de su desarrollo. Construcción de desarrollos planos de cuerpos geométricos. Reconocimiento de los elementos de los cuerpos geométricos. Vértices, aristas, caras laterales, bases, alturas, generatriz del cono y apotema de las pirámides. Construcción de los cuerpos geométricos a partir de su desarrollo. Reconocimiento de planos paralelos a partir de la identificación de las bases o caras paralelas de un prisma. Resolver problemas que profundicen las equivalencias entre las unidades del SIMELA. Problemas que permitan decidir acerca de la conveniencia de la unidad de medida a utilizar. Expresiones decimales y fraccionarias para expresar equivalencias entre unidades de medida. Productos y divisiones por la unidad seguida de ceros que permitan variar la unidad de medida de longitud, capacidad y peso. Resolver problemas que permitan analizar las diferencias entre sistemas de medición sexagesimales y decimales. Resolución de problemas de cálculo de áreas de polígonos y figuras circulares a partir de la descomposición en figuras de área conocida. Cálculo del volumen de cuerpos comparándolo con unidades no convencionales, como cubitos o prismas dados. Comparar volúmenes de cuerpos teniendo en cuenta la capacidad de líquido que contienen o el volumen que desplazan si se sumergen. Resolución de problemas que requieran la utilización de equivalencias entre unidades de volumen y capacidad. Resolución de problemas que demanden el cálculo del volumen del prisma a partir de las medidas de sus aristas. Resolución de problemas donde haya que calcular el área lateral o total de los cuerpos o el volumen de los mismos. Cálculo del volumen de prismas, conos, pirámides y esferas.

Fichas fotocopiables

Actividades que tienen como objetivo fundamental *estimular* entre los alumnos *la capacidad para resolver problemas mediante competencias*.

Ficha 1

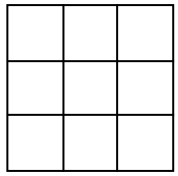
Nombre: ....
Grado: ....

- **Problema 1:**

Para 500 g de cereales se necesitan 100 g de avena, 200 g de copos de maíz y 200 g de copos de arroz de la mezcla A y 200 g de avena, 100 g de copos de maíz y 200 g de copos de arroz de la mezcla B. Utilizando exactamente 8 kg de avena, 5,5 kg de copos de maíz y 7 kg de copos de arroz, ¿cuántas bolsas de 500 g de cada mezcla se pueden preparar?

- **Problema 2:**

Cada cuadradito de la figura mide 1 cm de lado. ¿Cuántos triángulos de 1 cm^2 de área se pueden dibujar si deben tener sus vértices sobre los vértices de los cuadraditos?



- **Problema 3:**

Dos autos parten del pueblo "Las Golondrinas" por la ruta principal, en la misma dirección. El primero sale a las 9 h y avanza a 60 $\frac{km}{h}$, el segundo sale a las 12 h y marcha a 100 $\frac{km}{h}$. ¿A qué hora y a qué distancia de "Las Golondrinas" el segundo auto alcanza al primero?

Ficha 2

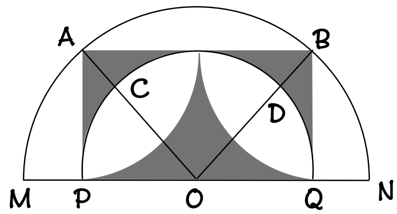
Nombre: ....
Grado: ....

- **Problema 1:**

Un tren de carga tarda 75 segundos en atravesar completamente el puente sobre un río. A la misma velocidad tarda 25 segundos en pasar completamente un poste de teléfono. ¿Qué largo tiene el tren?

- **Problema 2:**

Los arcos MAN y PCQ son semicircunferencias de centro O. El radio de la menor es de 1 dm y el de la mayor es de $\sqrt{2}$ dm y AOM = BON y AOB = 2 × AOM. ¿Cuál es el área aproximada en cm^2 de la figura sombreada?



- **Problema 3:**

Un examen de Matemática tiene 5 preguntas. La primera y la última pregunta tienen como puntajes posibles 0 y 2, la segunda y la cuarta pregunta, 0 y 1, y la tercera pregunta, 0, 1, 2, 3 y 4. ¿Cuántos son todos los puntajes que puede obtener un alumno?

Ficha 3

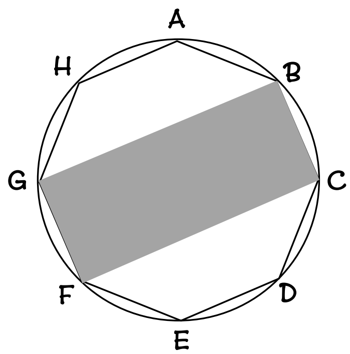
Nombre: ....
Grado: ....

- **Problema 1:**

La tía de Lucía, Paula y Cecilia les compró peluches para el día del niño, pero no decide cuál darle a cada una.
Envuelve el oso, el perro y el gato de peluche en paquetes iguales y le da un paquete a cada una. ¿De cuántas maneras distintas pudieron las chicas recibir sus regalos?

- **Problema 2:**

Los puntos A, B, C, D, E, F, G y H son los vértices de un octógono regular inscripto en una circunferencia. El área del octógono es de 11,322 cm^2. Calculá el área del rectángulo BCFG.



- **Problema 3:**

Si solo dispongo de monedas de 5, 10, 25 y 50 centavos, ¿de cuántas maneras distintas puedo formar $ 1?

Fichas fotocopiables

Actividades que tienen como objetivo fundamental *estimular* entre los alumnos *la capacidad para resolver problemas mediante competencias*.

Ficha 4

Nombre:
Grado:

• Problema 1:

Javier vende tres tipos de mochilas: económicas, deportivas y especiales. De cada modelo tiene un pequeño stock.
Si vende cada mochila económica a $ 200, cada mochila deportiva a $ 300 y cada mochila especial a $ 400, obtiene un total de $ 5.000. Pero si vende cada una, respectivamente, a $ 200, $ 600 y $ 300, el total obtenido será de $ 6.000. ¿Cuántas mochilas de cada tipo tiene Javier?

• Problema 2:

En el triángulo $\overset{\triangle}{MAR}$, el lado $\overline{MR}$ mide 34 cm, el lado $\overline{MA}$ mide 50 cm y la altura correspondiente al lado $\overline{AR}$ mide 15 cm. ¿Cuánto mide la altura correspondiente al lado $\overline{MA}$?

• Problema 3:

El precio de un celular inteligente es de $ 9.360. Si se paga al contado, hay que pagar solo $ 8.236,80. También se puede pagar en 18 cuotas de $ 598. ¿Cuál es el porcentaje de recargo sobre el precio de lista por el pago en cuotas? y ¿cuál es el porcentaje de descuento por el pago al contado?

Ficha 5

Nombre:
Grado:

• Problema 1:

El rectángulo tiene un perímetro de 192 cm y la base es el triple de la altura. En cada vértice se recortó un triángulo rectángulo isósceles de 3 cm de cateto. ¿Cuál es el área de la figura sombreada?

• Problema 2:

Martina escribe una lista con las primeras 17 cifras del número π repitiéndose hasta tener 5.000 dígitos. El principio de la lista es 31415926535897932... y a partir de ahí se repiten. ¿Qué cifra ocupa el lugar 2016? ¿Cuál es la última cifra que escribirá?

• Problema 3:

Sebastián y Milagros tenían algunos ahorros. Este mes cada uno gastó una parte. Sebastián gastó $\frac{2}{3}$ de sus ahorros y le quedaron $ 520 y Milagros gastó $\frac{3}{4}$ de sus ahorros. Si tenían ahorrado entre los dos $ 2.840, ¿cuánto dinero le quedó a Milagros?

Ficha 6

Nombre:
Grado:

• Problema 1:

Exequiel dice que el número 7.917 puede escribirse como el producto de dos números menores que 100. Matías dice que no puede ser, pero Exequiel insiste. Cuando le iba a decir el valor de la suma de esos dos números, justo pasó una ambulancia y Matías no escuchó. ¿Cuáles son los números? ¿Cuál es la suma?

• Problema 2:

¿Cuántos múltiplos de 3 y 5 a la vez se pueden formar con las cifras 1, 2, 3, 4 y 5 si pueden repetirse? Explicá cómo lo pensaste.

• Problema 3:

Un fabricante de lápices vende un paquete de 16 cajas de lápices de una docena cada una a $ 864. Si un cliente compra más de 10 paquetes, el fabricante le hace un descuento del 5% sobre el total. Un cliente hace un pedido de 9.600 lápices. ¿Cuánto deberá pagar por el pedido?

Fichas fotocopiables

Actividades que tienen como objetivo fundamental *estimular* entre los alumnos *la capacidad para resolver problemas mediante competencias*.

Nombre: ....
Grado: ....

Ficha 7

- **Problema 1:**

¿Cuántos múltiplos de 9 menores que 5.000 que no tengan cifras repetidas se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7?

- **Problema 2:**

Ceci y Sergio tenían la misma cantidad de dinero para sus vacaciones.
Ceci gastó $\frac{1}{2}$ de su dinero la primera semana y $\frac{1}{3}$ la segunda semana. El resto lo ahorró.
Sergio gastó $\frac{1}{4}$ la primera semana y ahorró el doble que Ceci. ¿Qué parte de su dinero gastó Sergio la segunda semana?

- **Problema 3:**

Dibujá una circunferencia de centro O. Trazá 3 diámetros de la circunferencia que la corten en los puntos A, B, C, D, E y F. ¿Cuántos triángulos con los vértices en los puntos O, A, B, C, D, E y F podés dibujar? ¿Cómo lo pensaste?

Nombre: ....
Grado: ....

Ficha 8

- **Problema 1:**

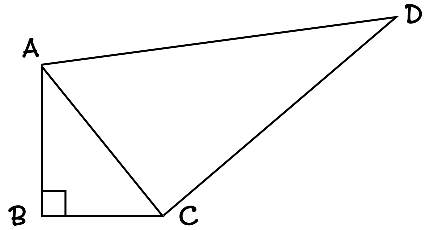
En la escuela hay 420 alumnos. El 15% no tiene hermanos y un tercio de los que tienen hermanos van en colectivo a la escuela. ¿Cuántos alumnos tienen hermanos y no van en colectivo a la escuela?

- **Problema 2:**

Anahí compra una *baguette* todos los días y dos facturas los domingos. En un mes de 30 días en el que hubo 4 domingos gastó $ 276. La *baguette* cuesta $ 8 y cada factura $ 4,50. Sobre el precio de venta, el dueño de la panadería gana un 25% por la *baguette* y el 40% de las facturas. ¿Cuánto ganó ese mes con las compras de Anahí?

- **Problema 3:**

Calculá el perímetro y el área del cuadrilátero ABCD formado por los triángulos rectángulos ABC y ACD.
Tené en cuenta los siguientes datos:
El cateto $\overline{AB}$ mide 4 cm, el $\overline{BC}$ mide 3 cm y el cateto $\overline{CD}$ mide 12 cm.



Nombre: ....
Grado: ....

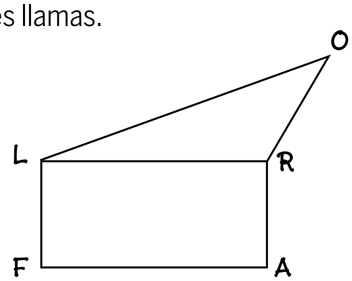
Ficha 9

- **Problema 1:**

En la feria del trueque que se hace en el noroeste argentino se cambia un cabrito y un cerdo por una vaca, un cerdo por un cabrito y una llama, y dos vacas por tres llamas. ¿A cuántos cabritos equivale un cerdo?

- **Problema 2:**

El pentágono FLORA está formado por un rectángulo y un triángulo de igual altura. El área del pentágono es 369 cm^2.
Si la base del rectángulo mide 24 cm, ¿cuánto mide la altura del triángulo?



- **Problema 3:**

Florencia tiene una cantidad de cubos iguales para jugar, pero cuando quiere armar un cuadrado le faltan o le sobran cubos. Lo mismo le pasa si quiere armar un cubo. Sofi le dice que si tuviera el doble podría armar un cuadrado y Celeste le dice que con el triple de cubos podría armar un cubo. ¿Cuál es la menor cantidad de cubos que puede tener Flor?

Matemática en Vaivén 7

de la Reflexión al Conocimiento

mandioca

Proyecto y dirección editorial: Raúl A. González
Subdirectora editorial: Cecilia González
Coordinadora editorial: Vanina Rojas
Directora de arte: Jessica Erizalde

Matemática en Vaivén 7
es una obra de producción colectiva creada y diseñada por el Departamento Editorial y de Arte y Gráfica de Estación Mandioca de ediciones S.A., bajo proyecto y dirección de Raúl A. González.

Asesoría didáctico-pedagógica
Valeria Villamil

Edición
Doris L. Ziger

Asistente de edición
Florencia Cortelletti

Autoría
Marcela V. Bartomeo
Yamila Iara Pérez Benincasa
Angélica Noemí Romano
Marcela de los Angeles Zuzuarregui

Corrección
Tatiana Salgado

Diagramación
Laura Martín

Personajes 3D
Trebol Animation production

Ilustración
Marcela Colace
Caru Grossi
Pablo Zamboni

Tratamiento de imágenes, archivo y preimpresión
Liana Agrasar

Secretaría editorial y producción industrial
Lidia Chico

Fotografía
Archivo Estación Mandioca
Shutterstock

Matemática en Vaivén 7 / Valeria Villamil ... [et al.]. - 1a ed edición para el alumno. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Estación Mandioca, 2016.
160 p. ; 28 x 22 cm. - (Vaivén)

ISBN 978-987-3709-80-7

1. Matemática. I. Villamil, Valeria
CDD 372.7

José Bonifacio 2524 (C1406GYD)
Ciudad de Buenos Aires - Argentina
Tel./Fax: (+54) 11 4637-9001

ISBN: 978-987-3709-80-7
Queda hecho el depósito que dispone la Ley 11723.
Impreso en Argentina. Printed in Argentina.
Primera edición: noviembre de 2015

7

Matemática

en Vaivén

de la Reflexión al Conocimiento

Índice

¿Cómo funciona?

Propuesta didáctica que promueve el **intercambio de ideas**, la puesta a prueba de las mismas y las reformulaciones.

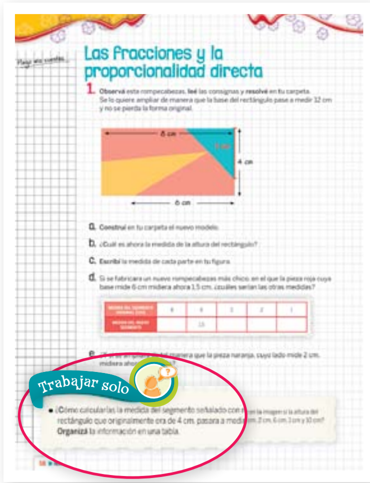
Apertura

Actividades que ayudan a **pensar y relacionar** los **conocimientos** que ya tienen, y a adelantar los nuevos.

Debates en vaivén

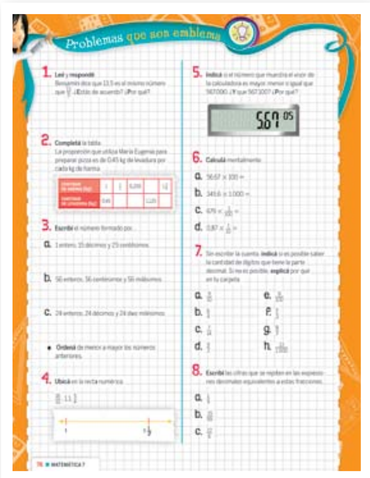
Diversas modalidades de debate:

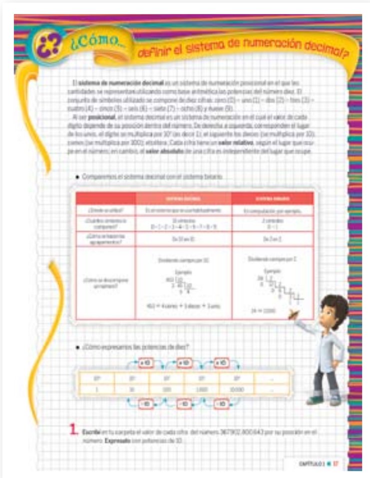
- **Para argumentar acerca de una postura** frente a un problema, de un **procedimiento de resolución**, etcétera.
- **Para concluir una propiedad determinada:** estos son los debates que contienen la sugerencia de que las conclusiones acordadas sean registradas.



Trabajar solo

Es una **instancia de ejercitación individual** donde se **ponen en juego las conclusiones** abordadas en los debates grupales y los **contenidos trabajados** en las páginas.





Problemas que son emblema

Aquí se presentan **diversas situaciones problemáticas** donde se ponen en juego los contenidos trabajados en el capítulo y **facilitan la ejercitación y puesta en práctica de los conocimientos** adquiridos.

¿Cómo...?

En esta sección hallarán **"ayudas" relacionadas con algún tema abordado durante el capítulo** que puedan hacer **más accesible el contenido para los niños.**

El medallero

Actividades de **autoevaluación en clase**.

Actividades

1. Los chicos de 7.ºA tienen que realizar una investigación sobre los distintos sistemas de numeración utilizados por los pueblos a lo largo de la historia. Buscaron información e imágenes en distintos libros. **Respondan**.

a. ¿Para qué fueron creados los números?

Surgen en respuesta a las necesidades socio- culturales.

b. ¿Todos los sistemas utilizan los mismos símbolos para formar números?

No, utilizan diferentes símbolos.

c. Teniendo en cuenta las imágenes que encontraron los chicos, **conversen** entre todos sobre las características que comparten esos sistemas con el nuestro. Producción personal.

En este capítulo: **SISTEMAS DE NUMERACIÓN** • Lectura y escritura de números grandes • Recta numérica • Diferentes descomposiciones numéricas • Sistemas de numeración de otras civilizaciones • Comparación con nuestro sistema • Sistema sexagesimal

1 Sistemas de numeración

Indicá cuál es el valor de la cifra de color.

674.093.819.000: 90.000.000
1.298.647.328: 200.000.000
29.019.377.436: 70.000
93.898.647.029: 3.000.000.000

¿Cuáles de los sistemas de las imágenes son posicionales?

El decimal.

Antiguos sistemas de numeración

Hago mis cuentas

En estas páginas se comparan sistemas de numeración antiguos con nuestro sistema de numeración actual. Se espera que los alumnos puedan reconocer las similitudes y diferencias entre ellos así como también las características decimal y posicional de nuestro sistema de numeración.

1. Otro grupo de chicos tenía que exponer sobre los sistemas de numeración romano y egipcio. Buscaron en libros de matemática y prepararon algunas láminas. **Conversen** entre todos y **anoten** algunas ideas en la carpeta.

Producción personal.

Sistema de numeración romano

Utiliza los siguientes símbolos:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1.000

Las reglas de formación son:

1. Solo los símbolos I, X, C y M pueden repetirse hasta tres veces.
2. Si los símbolos I, X y C se colocan a la derecha de otro de mayor valor, se suma; si lo hace a la izquierda, se resta.
3. Una raya arriba de uno o más símbolos indica que al símbolo hay que multiplicarlo por 1.000.

Sistema de numeración egipcio

Utiliza los siguientes símbolos:

𓏺	1
𓎆	10
𓍢	100
𓆼	1.000
𓂭	10.000
𓆐	100.000
𓁨	1.000.000

La regla de formación es:
Cada número se calcula sumando el valor de los símbolos.

2. **Respondé** las preguntas en tu carpeta con ayuda de las láminas.

a. ¿Qué semejanzas y diferencias hay entre ambos sistemas?

Producción personal.

b. ¿Qué diferencias tienen con el sistema de numeración decimal?

Producción personal.

c. ¿Cómo se escribe el número 393 en el sistema romano?

CCCXCIII

d. ¿Y en el sistema egipcio? 𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺

e. ¿Se utilizan la misma cantidad de letras para escribir el mismo número?

No.

3. **Corregí** los siguientes números y **discutí** con un compañero cuáles son los errores que se cometieron.

a. Marcos escribió el 249 del siguiente modo: CCLXVIIII.

CCXLIX. La explicación es producción personal.

b. Sandra dice que los símbolos se pueden poner en cualquier orden. Por ejemplo, para poner 1.934, es lo mismo escribir MCMXXXIV que XXXMCIVM.

En la formación de los números romanos, primero se ubican los miles, luego los cienes, dieces y unos. Cuando se ubica un símbolo menor a la izquierda de otro mayor, se resta el de menor valor al de mayor.

4. **Completá** la tabla.

Hago mis cuentas

SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL	SISTEMA DE NUMERACIÓN ROMANO	SISTEMA DE NUMERACIÓN EGIPCIO
149	CXLIX	𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺
1.245	MCCXLV	𓆼𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺
364	CCCLXIV	𓍢𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺
23	XXIII	𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺

5. **Completá** el siguiente cuadro.

	SISTEMA ROMANO	SISTEMA EGIPCIO	SISTEMA DECIMAL
¿Cuántos símbolos se usan?	7 básicos.	7 básicos.	10
¿Qué operaciones se utilizan en la formación de los números?	Adición y sustracción.	Adición.	Multiplicación y adición.
¿Utilizan el cero para escribir los números?	No.	No.	Sí, es uno de sus símbolos.

6. **Determiná** si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). **Justificá** cada respuesta.

V **a.** Nuestro sistema es posicional porque cada posición representa una potencia de 10.

F **b.** En el sistema de numeración romano siempre que se pongan letras a la derecha se restan los valores.

F **c.** En el sistema de numeración egipcio se pueden repetir los símbolos 3 veces.

V **d.** El sistema de numeración egipcio es aditivo.

La justificación es producción personal.

Debates en vaivén

- ¿Cómo explicarían el sistema de numeración decimal a una persona que utiliza el romano?
- ¿Cómo explicarían la utilización del cero?

Producción personal.

Se espera que los alumnos reconozcan la necesidad de la utilización del cero en un sistema de numeración posicional.
El docente puede retomar la ilustración de la página 7 y trabajar las diferencias y similitudes entre sistemas de numeración posicionales y no posicionales. Se sugiere que el docente indague con los alumnos por qué los mayas necesitan un símbolo para representar el cero.
El objetivo es que puedan enunciar las propiedades del sistema decimal: que tiene 10 símbolos, que es de base 10 y posicional.

Hago mis cuentas

En esta página se espera que los alumnos desarrollen distintas estrategias para la lectura y escritura de números grandes.

Grandes números

1. Completá la tabla.

1.000.000 MENOS	NÚMERO	1.000.000 MÁS
34.559.000.000	34.560.000.000	34.561.000.000
ochocientos cuarenta mil ciento cuarenta y nueve millones	ochocientos cuarenta mil ciento cincuenta millones	ochocientos cuarenta mil ciento cincuenta y un millones
987.998.000.000	987.999.000.000	988.000.000.000
cuatro mil setecientos cuarenta y cuatro millones	cuatro mil setecientos cuarenta y cinco millones	cuatro mil setecientos cuarenta y seis millones

2. Leé con atención y luego **resolvé**.

a. Es frecuente escuchar que los clubes de fútbol compran y venden jugadores. Sergio Agüero, a los 17 años, fue vendido al Atlético de Madrid por 84,7 millones de dólares. ¿Cómo se escribirá esa cifra usando únicamente números?

84.700.000

b. La siguiente tabla muestra los precios a los que se cotizan algunos jugadores internacionales para ser transferidos a otros equipos. **Escribí** usando comas y la palabra "millones" el precio de Ronaldinho. Y usando solo números, los precios de Podolski, Zidane y Messi.

JUGADORES	PRECIOS EN PESOS	PRECIOS EN MILLONES DE PESOS
Ronaldinho (Brasil)	164.500.000	164,5 millones
Lukas Podolski (Alemania)	57.000.000	57 millones
Zinedine Zidane (Francia)	94.850.000	94,85 millones
Lionel Messi (Argentina)	106.400.000	106,4 millones

3. Respondé en tu carpeta.

a. ¿Qué número representa la escritura 0,355 millones? 355.000

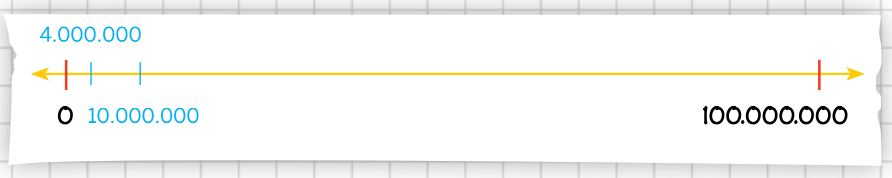
b. ¿Es más o menos que un millón? Es menos que un millón.

Teoría

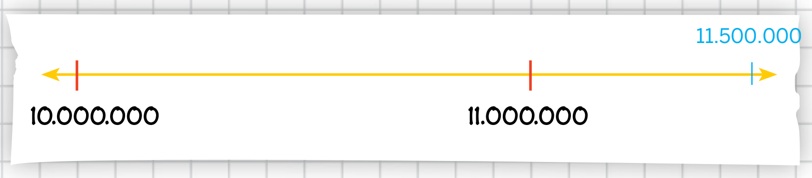
Cuando se trabaja con **números grandes**, para acortar la escritura se pueden usar **expresiones con coma**. Por ejemplo: 3,1 millones equivale a 3.100.000.

4. **Ubicá** en cada recta numérica los números que se indican.

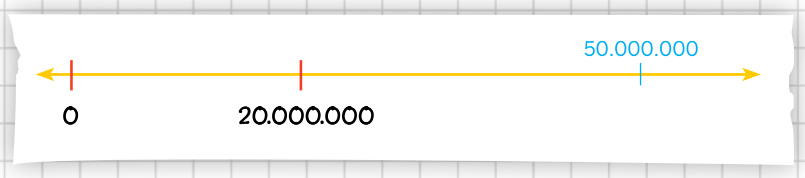
a. El 10.000.000 y el 4.000.000.



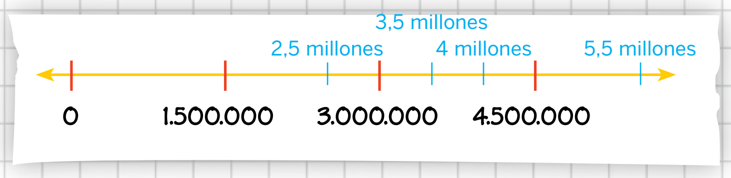
b. 11,5 millones.



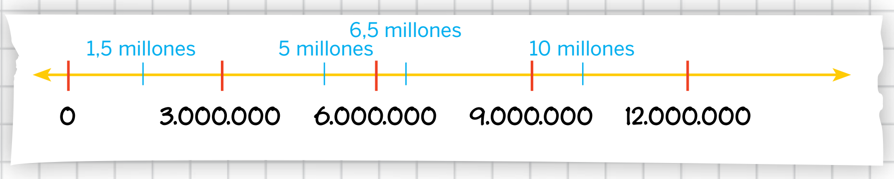
c. 50.000.000



d. 2,5 millones; 4 millones; 3,5 millones; 5,5 millones.



e. 1,5 millones; 5 millones, 6,5 millones; 10 millones.



5. **Ordená** los siguientes números de mayor a menor.

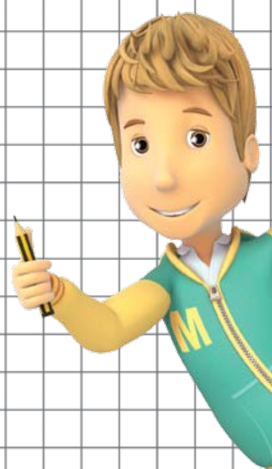
77.997.888.656.000 | 77.779.888.656.000 | 77.888.779.656.000

77.999.779.665.000 | 77.999.789.665.000

77.999.789.665.000 – 77.999.779.665.000 – 77.997.888.656.000 – 77.888.779.656.000 – 77.779.888.656.000

Hago mis cuentas

En esta página se trabaja cómo ubicar números grandes en la recta numérica con una escala adecuada. También se espera que los alumnos puedan desarrollar estrategias que les permitan reconocer cuándo un número es mayor o menor que otro.



Componer y descomponer números

Hago mis cuentas

Se espera que los alumnos puedan encontrar una escala adecuada para representar los números en la recta numérica. El docente puede sugerir que antes de resolver este ejercicio los alumnos revisen el ejercicio 4 de la página 11.

1. **Elaborá** en tu carpeta tres rectas numéricas y **ubicá** los siguientes números.

Producción personal.

a. 1.000.000.000; 2.000.000.000; 3.000.000.000; 4.000.000.000.

b. 10.000.000.000; 15.000.000.000; 20.000.000.000; 25.000.000.000.

c. 150.000.000.000; 300.000.000.000; 450.000.000.000; 600.000.000.000.

2. **Completá** las series.

a.	b.	c.
45.000.500.000	32.001.000.000	100.500.000.000
45.500.500.000	32.002.000.000	102.000.000.000
46.000.500.000	32.003.000.000	103.500.000.000
46.500.500.000	32.004.000.000	105.000.000.000
47.000.500.000	32.005.000.000	106.500.000.000

3. **Leé** lo que dicen los chicos que tienen que resolver el cálculo y luego **respondé**.

53.585.000 – = 53.085.000

a. ¿Por qué te parece que la chica expresa que es más fácil mentalmente?

Porque tiene en cuenta el valor posicional de la cifra.

b. ¿Qué relación hay entre el valor de cada cifra y la cantidad de ceros que suceden al 1 en el cálculo propuesto? ¿Cuántas veces se debe multiplicar por 10 para obtener el valor de cada cifra?

Producción personal. La cantidad de ceros indica la cantidad de veces que se multiplica el 10 por sí mismo.

4. **Escribí** en tu carpeta el número que se forma en cada caso.

a. 40.000.000.000 + 3.000.000.000 + 900.000.000 + 80.000.000 + 7.000.000 + 90.000 + 8.000 + 900 + 80 + 6 = 43.987.098.986

b. $2 \times 10^{11} + 3 \times 10^{10} + 1 \times 10^{9} + 8 \times 10^{7} + 9 \times 10^{6} + 5 \times 10^{3} + 8 \times 10^{2} + 7 \times 10^{1} + 4 \times 10^{0} =$ 231.089.005.874

c. 1 × 10.000.000.000 + 2 × 1.000.000.000 + 8 × 100.000.000 + 9 × 1.000.000 + 5 × 100.000 + 4 × 10.000 + 3 × 1.000 + 123 = 12.809.543.123

d. 43 × 1.000.000.000 + 187 × 1.000.000 + 9 × 1.000 + 6 × 10 + 5 × 1 =

43.187.009.065

5. **Escribí** un cálculo que permita modificar solo las cifras coloreadas.

Producción personal. A modo de ejemplo:

a. 43.900.645.000

Se resta 10.000.

b. 56.872.264.087

Se le resta 20.004.000.

c. 23.843.809.093

Se le resta 3.000.000.000.

6. **Escribí** el número que haga verdadera la igualdad.

a. 78.985.908.005 − $\boxed{\text{900.003.000}}$ = 78.085.905.005

b. 645.098.675 − $\boxed{\text{40.000.600}}$ = 605.098.075

c. 456.986.013 − $\boxed{\text{50.080.000}}$ = 406.906.013

d. 654.098.709.934 − $\boxed{\text{90.009.000}}$ = 654.008.700.934

7. **Resolvé** los cálculos en tu carpeta y luego **completá** con <; >; =.

a. $8 \times 10^{11} + 2 \times 10^{10} + 5 \times 10^{8}$ $\boxed{>}$ $12 \times 10^{10} + 13 \times 10^{9}$

b. $75 \times 10^{6} + 8 \times 10^{5} + 6 \times 10^{4}$ $\boxed{>}$ $6 \times 10^{6} + 8 \times 10^{5} + 7 \times 10^{3} + 5 \times 10^{7}$

Hago mis cuentas

En las actividades de esta página se trabajan distintas formas de descomposición de los números grandes y el valor posicional de las cifras.

Trabajar solo

Con esta pregunta se busca poner en palabras que el sistema de numeración decimal es posicional y que cada cifra va a tener un valor determinado por su posición.

- En el número 605.976.625.945, la escritura 76 ¿representa 760, 760.000 o 76.000.000? 76.000.000
- ¿Cómo identificás el valor de cada cifra? Producción personal.
- **Escribí** en tu carpeta tres cálculos diferentes que te permitan componer el número 777.777.777.777. Producción personal.

Otros sistemas de numeración

Hago mis cuentas

En esta página se presenta el sistema de numeración sexagesimal y su operatoria. Se recomienda al docente repasar lo visto en años anteriores sobre los sistemas de medición de ángulos y de tiempo.

Teoría

El sistema **sexagesimal** es un sistema de numeración posicional que emplea como base aritmética el número 60. Tuvo su origen en la antigua Babilonia. También fue empleado por los árabes. El sistema sexagesimal se usa para medir tiempos (horas, minutos y segundos) y ángulos (grados, minutos y segundos).

Ángulos
1 giro = 360°. Un giro completo tiene 360 grados.
1° = 60´. Un grado tiene 60 minutos.
1´= 60´´. Un minuto tiene 60 segundos.

Tiempo
1 día = 24 h. Un día tiene 24 horas.
1h = 60 min. Una hora tiene 60 minutos.
1 min = 60 s. Un minuto tiene 60 segundos.

1. **Resolvé** en tu carpeta demostrando cómo pensaste.

a. ¿Cuánto mide un ángulo de medio giro? ¿Y de un cuarto de giro? ¿Y de un octavo de giro? ¿Y de $\frac{1}{16}$ de giro?

Medio giro: 180°. Cuarto de giro: 90°. Octavo de giro: 45°. $\frac{1}{16}$ de giro: 22° 30´.

b. Si se divide un ángulo de 35° en dos ángulos de la misma medida, ¿cuánto mide cada uno?

17° 30´

c. Nicolás ajustó los frenos en su bici girando la tuerca tres veces 23° 40´. ¿Cuánto ajustó el freno?

71°

d. Un desodorante de ambientes se activa automáticamente cada 45 segundos. ¿Cuántas veces se activa en una hora? ¿Y en un día?

Por hora, 80 veces. Por día, 1.920 veces.

2. Los colectivos de una empresa pasan por la estación terminal y registran el horario de llegada y el de salida. Los conductores tienen la obligación de descansar 20 minutos antes de volver a partir. **Observá** la tabla y **analizá** si todos cumplieron con el descanso.

COCHE	HORARIO	
	ENTRADA	SALIDA
1 Cumple. 27 min	15:23	15:50
2 No cumple. 18 min	19:42	20:00
3 Cumple. 25 min	21:50	22:15
4 Cumple. 25 min	4:15	4:40
5 No cumple. 15 min	23:50	00:05

Teoría

El sistema **binario** o de **base 2** es utilizado en grandes equipos de computación y en máquinas de calcular electrónicas. Son capaces de hacer las más complicadas operaciones en fracciones de segundos, pero en esencia son máquinas simples que utilizan solo dos símbolos: el 0 y el 1.
Para escribir el número 22 en el sistema binario se procede del siguiente modo:

$$\begin{array}{l|l} 22 & 2 \\ \hline 02 & 11 \\ \ \ 0 & \end{array}$$

N.° de orden 0: $0 \times 1 = 0$

$$\begin{array}{l|l} 11 & 2 \\ \hline \ \ 1 & 5 \end{array}$$

N.° de orden 1: $1 \times 2 = 2$

$$\begin{array}{l|l} 5 & 2 \\ \hline 1 & 2 \end{array}$$

N.° de orden 2: $1 \times 2 \times 2 = 4$

$$\begin{array}{l|l} 2 & 2 \\ \hline 0 & 1 \end{array}$$

N.° de orden 3: $0 \times 2 \times 2 \times 2 = 0$
N.° de orden 4: $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

Se multiplica tantas veces por 2 como indica el número de orden.
$0 + 2 + 4 + 0 + 16 = 22$ $\qquad$ $22 = 10110_2$

Hago mis cuentas

En esta página se trabaja el sistema de numeración binario, que es un sistema posicional donde se utilizan solo dos símbolos. El docente podría proponerles a los alumnos que intenten trabajar en otras bases o tratar de establecer reglas para operar en el sistema binario.

3. Completá la tabla.

SISTEMA DECIMAL	SISTEMA BINARIO
29	11101
37	100101
42	101010
33	100001
100	1100100

4. Respondé y luego **compartí** las respuestas con tus compañeros.

a. ¿En qué se parecen los sistemas decimal, sexagesimal y binario?
En que son posicionales.

b. ¿En qué se diferencian?
En que tienen bases diferentes: decimal 10, binario 2 y sexagesimal 60. Y en que en el binario se utilizan dos símbolos numerales: el 0 y el 1.

c. ¿Cómo harías para explicarle a un compañero el sistema binario?
Producción personal.

Problemas que son emblema

1. Escribí el cálculo necesario para cambiar solo la cifra de color.

Hay varias respuestas posibles. A modo de ejemplo:

a. 495.352.000.000

− 10.000.000

b. 399.999.999.999

− 10.000

c. 500.500.500.499

+ 5.000.000.000

2. Escribí en tu carpeta en letras y **ordená** de menor a mayor los siguientes números.
202.022.022.222; 222.222.222.222;
220.202.020.020; 22.222.222.222;
202.202.202.202; 220.222.000.220

22.222.222.222 - 202.022.022.222 - 202.202.202.202 - 220.202.020.020 - 220.222.000.220 - 222.222.222.222
Escritura en letras: producción personal.

3. Completá las series.

a.

64.200.200.200
66.400.200.200
68.600.200.200
70.800.200.200
73.000.200.200
75.200.200.200

b.

53.000.300.000
54.000.800.000
55.001.300.000
56.001.800.000
57.002.300.000
58.002.800.000

4. Elaborá dos rectas en tu carpeta y **ubicá** los siguientes números. Producción personal.

a. 33.500.000.000 34.000.000.000 34.500.000.000

b. 250.000.000.000 500.000.000.000 750.000.000.000

5. Resolvé en tu carpeta las siguientes consignas.

a. Escribí dos números mayores que 809.998.908.909 solo cambiando sus cifras de lugar.

Producción personal. Hay muchas alternativas, por ejemplo: 809.998.999.800 — 890.998.999.800 – 999.999.888.000.

b. Escribí el menor número posible con todas las cifras de 809.998.908.909.

800.088.999.999

6. Descomponé como potencias de 10 los siguientes números.

a. 66.809.571.000 = $6 \times 10^{10} + 6 \times 10^{9} + 8 \times 10^{8} + 9 \times 10^{6} + 5 \times 10^{5} + 7 \times 10^{4} + 1 \times 10^{3}$

b. 238.992.834.087 = $2 \times 10^{11} + 3 \times 10^{10} + 8 \times 10^{9} + 9 \times 10^{8} + 9 \times 10^{7} + 2 \times 10^{6} + 8 \times 10^{5} + 3 \times 10^{4} + 4 \times 10^{3} + 8 \times 10^{1} + 7 \times 10^{0}$

c. 563.910.781.000 = $5 \times 10^{11} + 6 \times 10^{10} + 3 \times 10^{9} + 9 \times 10^{8} + 1 \times 10^{7} + 7 \times 10^{5} + 8 \times 10^{4} + 1 \times 10^{3}$

d. 98.002.890.608 = $9 \times 10^{10} + 8 \times 10^{9} + 2 \times 10^{6} + 8 \times 10^{5} + 9 \times 10^{4} + 6 \times 10^{2} + 8 \times 10^{0}$

e. 700.907.001.704 = $7 \times 10^{11} + 9 \times 10^{8} + 7 \times 10^{6} + 1 \times 10^{3} + 7 \times 10^{2} + 4 \times 10^{0}$

f. 5.000.000.000.000 = 5×10^{12}

g. 30.000.000.000 = 3×10^{10}

7. Escribí en sistema binario los siguientes números.

a. 76 = 1001100_2

b. 52 = 110100_2

8. Leé cada consigna y **respondé** en tu carpeta.

a. Si dividimos un ángulo de 45° a la mitad, ¿cuánto mide el nuevo ángulo? ¿Y si lo dividimos en cuatro?

22° 30´, 11° 15

b. En un aeropuerto, sale para Neuquén, un avión cada 12 minutos. ¿Cuántos aviones salen en 1 h y 30 min?

7 aviones.

¿Cómo... definir el sistema de numeración decimal?

El **sistema de numeración decimal** es un sistema de numeración posicional en el que las cantidades se representan utilizando como base aritmética las potencias del número diez. El conjunto de símbolos utilizado se compone de diez cifras: cero (0) – uno (1) – dos (2) – tres (3) – cuatro (4) – cinco (5) – seis (6) – siete (7) – ocho (8) y nueve (9).

Al ser **posicional**, el sistema decimal es un sistema de numeración en el cual el valor de cada dígito depende de su posición dentro del número. De derecha a izquierda, corresponden el lugar de los unos, el dígito se multiplica por 10^0 (es decir 1); el siguiente los dieces (se multiplica por 10); cienes (se multiplica por 100); etcétera. Cada cifra tiene un **valor relativo**, según el lugar que ocupe en el número; en cambio, el **valor absoluto** de una cifra es independiente del lugar que ocupe.

- Comparemos el sistema decimal con el sistema binario.

	SISTEMA DECIMAL	SISTEMA BINARIO
¿Dónde se utiliza?	Es el sistema que se usa habitualmente.	En computación, por ejemplo.
¿Cuántos símbolos lo componen?	10 símbolos 0 – 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9	2 símbolos 0 – 1
¿Cómo se hacen los agrupamientos?	De 10 en 10.	De 2 en 2.
¿Cómo se descompone un número?	Dividiendo siempre por 10. Ejemplo: 453 |10 3 45 |10 5 4 453 = 4 cienes + 5 dieces + 3 unos	Dividiendo siempre por 2. Ejemplo: 24 |2 0 12 |2 0 6 |2 0 3 |2 1 1 24 = 11000

- ¿Cómo expresamos las potencias de diez?

x 10   x 10   x 10

10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	...
1	10	100	1.000	10.000	...

: 10   : 10   : 10

1. **Escribí** en tu carpeta el valor de cada cifra del número 367.902.800.643 por su posición en el número. **Expresalo** con potencias de 10.

$3 \times 10^{11} + 6 \times 10^{10} + 7 \times 10^9 + 9 \times 10^8 + 2 \times 10^6 + 8 \times 10^5 + 6 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 3 \times 10^0$

El medallero

Autoevaluación en clase

Cada respuesta correcta vale **20 puntos**

100 puntos | 120 puntos | 140 puntos

1

> **Escribí** el número 1.287 en el sistema romano y egipcio.

Egipcio:

Romano:

MCCLXXXVII

Puntaje verificado: ___ pts.

2

> **Subrayá** el mayor número en cada caso.

- 777.677.877.777
  777.977.877.777
- 89.898.989.898.989
  8.989.898.989.989
- 45.454.554.545.545
  5.545.454.545.545

Puntaje verificado: ___ pts.

3

> **Escribí** en letras: 67.099.654.000

Sesenta y siete mil noventa y nueve millones seiscientos cincuenta y cuatro mil.

Puntaje verificado: ___ pts.

4

> **Completá** los espacios en blanco.

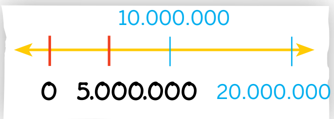
Si al número 467.856.099.000 le restás 1.000.500.500, obtenés 466.855.598.500

y si le sumás 1.000.500.500, obtenés 468.856.599.500

Puntaje verificado: ___ pts.

5

> **Ubicá** en la recta numérica con rojo el 10.000.000 y con verde el 20.000.000.



Puntaje verificado: ___ pts.

6

> **Pintá** la opción correcta.

El número 73 en sistema binario es...

1011001 | 1001001 | 1110001

Puntaje verificado: ___ pts.

7

> **Escribí** el número que queda determinado por esta descomposición.

$8 \times 10^{13} + 7 \times 10^{12} + 4 \times 10^{5} + 6 \times 10^{2}$

87.000.000.400.600

Puntaje verificado: ___ pts.

Mi puntaje total: ___ puntos.

Escribí tu nombre bajo la medalla que ganaste. Si no obtuviste ninguna, revisá el capítulo.

Actividades

1. **Observen** la imagen y **respondan**.

a. ¿Hay más números que los nombrados por los chicos?

Sí.

b. ¿Cuántos números de tres cifras diferentes se pueden formar con esos dígitos?

24

c. ¿Qué estrategias utilizaron para llegar al resultado?

Producción personal.

2. **Calculen** ahora cuántos números de cuatro cifras pueden escribir con las cifras escritas en el pizarrón.

256

➡ En este capítulo: **OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES I**

● **P**roblemas que combinen las cuatro operaciones ● **R**esolución de problemas de combinatoria ● **P**otenciación como recurso para resolver problemas de tipo recursivo ● **C**álculos mentales y propiedades

2

Operaciones con números naturales I

> **Resolvé** demostrando cómo lo pensaste.

- ¿Cuántos números distintos de tres cifras podés formar con los dígitos 4, 7 y 9, sin repetirlos?

  6

- ¿Y si se pudieran repetir?

  27

- ¿Y cuántos números pares distintos podés formar con esas cifras sin repetirlas?

  2

Combinando operaciones

Hago mis cuentas

Se sugiere al docente que proponga a los alumnos plantear un solo cálculo combinado para resolver los problemas.
En la actividad 1 se espera que se vincule la descomposición con los cálculos combinados. Es necesario un orden para resolver y llegar al resultado correcto. Y cuando descomponemos, de antemano sabemos a qué resultado llegamos.

1. **Observá** cómo realizaron estos chicos la descomposición del número 24.136.294 y luego **resolvé**.

24 millones + 136 miles + 29 dieces + 4 unos

24.000.000
\+ 136.000
290
4

24.136.294

2 diez millones + 41 cien miles + 36 miles + 2 cienes + 94 unos

20.000.000
4.100.000
\+ 36.000
200
94

24.136.294

- **Descomponé** en tu carpeta de otras dos maneras distintas.

Producción personal.

2. **Resolvé** las siguientes situaciones explicando cómo las pensaste.

a. Juan compró 5 docenas de vasos a $ 18 cada docena para venderlas a $ 4 cada vaso. ¿Cuál fue su ganancia si durante la venta total se le rompieron 6 vasos?

$ 126

b. En una reunión de 100 personas, entre hombres y mujeres, se sabe que por cada 2 mujeres hay 3 hombres. ¿Cuántas mujeres hay?

40 mujeres.

c. Para pagar una deuda de $ 2.180, Pedro abona con billetes de $ 50, $ 5 y $ 10. Si da 14 billetes de 50 pesos y 24 billetes de 10, ¿cuántos billetes de 5 pesos debe agregar para cancelar la deuda?

248 billetes.

d. En un corral donde solo hay gallinas y cerdos, se encuentran en total 72 alas y 168 patas. ¿Cuántos cerdos hay?

24 cerdos.

El docente debe hacer hincapié en el correcto uso de los paréntesis.

3. **Colocá** paréntesis en cada cálculo para llegar al resultado.

a. $100 + 4 \times (25 - 10) + 40 + 150 + 50 = 400$

b. $5.000 \times (5 + 5) + 1.000 + 80.000 - 40.000 - 1.000 = 90.000$

Teoría

Cuando se resuelven **cálculos combinados** primero hay que separar en términos y luego resolver las multiplicaciones y divisiones, y por último las sumas y restas. Si el cálculo tiene paréntesis, primero hay que resolver las operaciones que están encerradas en ellos hasta que queden reducidas a un solo número.
Para resolver el cálculo $3 \times 2 \times 6 \times 5 : 10 + 32 + 17 \times 5 - 16 \times 4 - 100 : 2 - 3$ podemos hacer lo siguiente:

1.° Separar en términos. Para ello, las operaciones que indican la separación son la suma y la resta.
2.° Resolver cada término.
3.° Por último, buscar el resultado.

$$\overbrace{3 \times 2 \times 6 \times 5 : 10} + \overbrace{32} + \overbrace{17 \times 5} - \overbrace{16 \times 4} - \overbrace{100 : 2} - \overbrace{3} =$$
$$18 + 32 + 85 - 64 - 50 - 3 = 18$$

Hago mis cuentas

Se sugiere que el docente revise lo aprendido sobre separar en términos y el uso de paréntesis antes de resolver el ejercicio 4.

4. **Resolvé** los siguientes cálculos.

a. $145 - (86 + 12 - 74) + (26 - 9 + 57) + 84 - (32 + 17) =$
230

b. $(125 - 86 + 79) - (94 + 12 - 36) + 85 - (17 + 105) + 16 - 24 =$
3

c. $8 \times 5 : 10 - 26 : 13 + 22 : 2 + 39 - 15 : 3 \times 2 + 18 =$
60

d. $6 \times 5 : 3 + 17 \times 3 - 12 \times 4 : 8 + 100 : 2 =$
105

e. $34 + 85 - 96 + (12 - 5) - (9 + 32 - 15) + (30 + 17 + 24) =$
75

f. $(42 - 12 + 37) - (86 - 79) + 2 - (15 + 12) + (93 - 43) =$
85

- **Comparen** los resultados entre todos. ¿Obtuvieron los mismos?
Producción personal.

Hago mis cuentas

En estas páginas se espera que los alumnos desarrollen distintas estrategias para la resolución de problemas de combinatoria.
El docente puede proponer la utilización de diagramas de árbol o del principio del producto para casos donde la cantidad de elementos a utilizar sea demasiado grande para dibujar el diagrama.

Se espera que los alumnos puedan diferenciar los casos en los que importa o no el orden en que se toman los elementos.

La idea sería poder poner en común si surgieron diagramas de árbol, cuadros u otras representaciones, para analizarlas y compararlas.

Combinaciones y permutaciones

1. **Resolvé** estos problemas demostrando cómo los pensaste.

a. ¿De cuántas formas puedo agrupar los números 1, 2, 3, 4 y 5 en grupos de 3 elementos?

$5 \times 5 \times 5 = 125$ números.

b. Y si con ellos se deben formar números de tres cifras diferentes, ¿de cuántas maneras se pueden agrupar?

$5 \times 4 \times 3 = 60$ números.

c. ¿De cuántas maneras distintas se pueden ubicar cuatro chicas para sacarse una foto?

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ formas diferentes.

2. **Leé** la siguiente situación y **respondé** en tu carpeta.
En el restaurante en el que almuerza Sebastián hay una promoción que consiste en una entrada, un plato principal y un postre por $ 150. Si en la promoción hay para elegir tres entradas, cuatro platos principales y dos postres, ¿durante cuántos días Sebastián puede comer un menú diferente?

24 días.

- Si hubiera una entrada más para elegir, ¿Sebastián podría comer un menú diferente cada día del mes?

Sí, podría comer un menú diferente cada día del mes.

Teoría

La **combinatoria** es la parte de la matemática que se dedica a buscar procedimientos y estrategias para el recuento de los elementos de un conjunto o la forma de agruparlos.

3. **Escribí** en tu carpeta todas las opciones posibles y luego **conversen** entre todos.
¿Cuántos números de tres cifras diferentes podés hacer con las cifras 1, 2, 3, 4, y 5 si el número 3 debe hallarse en todos?

36

- ¿Les sirvieron los resultados o procedimientos que emplearon en alguno de los problemas anteriores para resolver otros? Producción personal.
- ¿De qué manera organizaron la información para resolver estos problemas?

Producción personal.

Teoría

En matemática, utilizamos el término **combinaciones** cuando, al querer ordenar distintos elementos, el orden en el que lo hacemos no importa. Por ejemplo: si se quiere realizar una ensalada de frutas, podemos decir que es "una **combinación** de manzanas, uvas y bananas", ya que no importa en qué orden pusimos las frutas. Una ensalada que contiene bananas, manzanas y uvas es igual a otra que contiene uvas, manzanas y bananas.
En cambio, cuando sí es necesario que consideremos el orden en el que se organizan los elementos, hablamos de una **permutación**. Por ejemplo: si tenemos que adivinar la combinación de una cerradura, no es lo mismo colocar 472, 724 o 247 aunque las cifras que intervienen en el número sean las mismas. Es importante, en este ejemplo, el orden de los elementos.
Para calcular las permutaciones se utiliza la función **factorial** (**n!**), en la que el símbolo **!** significa que se multiplican números descendentes.

Factorial de 4: $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
Factorial de 7: $7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5.040$
Factorial de 1: $1! = 1$

Hago mis cuentas

4. **Resolvé** en tu carpeta demostrando cómo los pensaste.

a. Un vendedor quiere visitar 5 ciudades. Si no quiere repetir ciudades, ¿cuántas rutas distintas puede elaborar si puede empezar y acabar en cualquiera de las ciudades?

120 rutas distintas.

b. En una carrera de maratón intervienen 3 españoles, 2 ingleses, 1 italiano, 3 alemanes, 2 franceses y 1 belga. Si un podio consiste en 3 personas situadas en 3 puestos distintos, ¿cuántos podios distintos pueden darse al acabar la carrera?

1.320 distintos podios posibles.

5. De a dos, **resuelvan** este problema y luego **compartan** entre todos la forma que emplearon para resolverlo.

a. Un señor, en una librería, encontró 5 novelas que son de su interés y poseen el mismo precio. Sin embargo, solo cuenta con dinero suficiente para comprar 3. ¿Cuántas opciones diferentes puede elegir?

Puede elegir 10 combinaciones.

b. Siete amigos hacen cola para el cine. Al llegar a la boletería solo quedan cuatro entradas. ¿De cuántas formas podrían repartir estas entradas para ver la película?

35

Factores que se repiten

Hago mis cuentas

Se sugiere al docente que si los alumnos resuelven los ejercicios por medio de un diagrama de árbol o principio del producto, les proponga que traten de escribir un cálculo utilizando potencias que también los resuelva.

1. **Leé** la receta que le pasaron a Mabel y luego **respondé**.
A Mabel le dieron una receta para preparar yogur.

Se necesita un yogur y un litro de leche y salen 4 yogures.

Si piensa usar cada uno de estos yogures para preparar otros cuatro y, usando los que va obteniendo, repetir dos veces más el mismo procedimiento, ¿cuántos yogures podrá preparar?

$4^4 = 256$ yogures.

2. **Escribí** un cálculo que resuelva este problema.
En una empresa, el gerente organizó una cadena de mensajes de mail con sus 30 empleados para poder comunicarse. Decidió organizarla de modo que cada uno tenga que enviar solo 2 mensajes, el gerente les manda el mensaje a dos empleados y le pide a cada uno de ellos que se lo reenvíe a otros dos. ¿Cuántos reenvíos hay que hacer para que todos queden avisados?

$2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4$, son 4 reenvíos.

Teoría

Se llama **potencia** al producto de factores iguales. Se trata de una manera abreviada de escribirlo.
Por ejemplo:

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

Base Exponente

3. De a dos, **exploren** en la calculadora científica qué teclas es preciso usar para encontrar los resultados de 8^2, 4^3 y 5^5. **Dibújenlas** aquí.

Producción personal.

4. **Calculá** las siguientes potencias.

$3^6 =$ 729	$5^2 =$ 25	$1^4 =$ 1	$2^3 =$ 8
$6^3 =$ 216	$2^5 =$ 32	$4^1 =$ 4	$3^2 =$ 9

5. **Observá** los resultados de la actividad anterior, **analizá** estas afirmaciones e **indicá** si son verdaderas (V) o falsas (F).

F **a.** 6^4 es igual a 4^6.

F **b.** $(9 + 7)^2$ es lo mismo que $9^2 + 7^2$.

V **c.** 8^0 tiene igual resultado que 1^8.

V **d.** 19^3 se lee diecinueve a la tercera.

V **e.** En $(15 - 5)^3$ no se puede aplicar la propiedad distributiva.

Hago mis cuentas

6. **Resolvé** en tu carpeta y **pintá** del mismo color los cálculos que tengan resultados iguales.

$7 \times 4 - 2^2 + 16 + 8 \times 6 =$	$(2^2 \times 6^3) : 3 + 10^2 =$
$10^3 : 2^2 + 1^7 + 20^0 - 9 =$	$125 \times 2 + (32 \times 4 + 6) - (3 + 25 + 100) =$
$49 \times 8 - 7^3 : 49 + 9 - 6 =$	$3^3 + 8^2 - (21 : 7)^1 =$
$7^3 - 12^2 + (2^3 \times 7 + 10^0) =$	$2^4 + (13 \times 4 + 9 \times 5 \times 2^2) - 20 : 4 =$

7. De a dos, **exploren** con la calculadora científica.

a. ¿Qué resultados se obtienen cuando se calcula un número cuyo exponente es 0?

1

b. ¿Qué resultados se obtienen cuando se calcula un número cuyo exponente es 1?

El mismo número.

- **Hagan** la prueba con distintos números y **comparen** los resultados con el resto del grupo. **Anoten** en la carpeta a qué conclusión llegaron.

Producción personal.

Se sugiere al docente que justifique el exponente cero con la división de potencias de igual base y exponente (por ejemplo: $2^0 = 2^3 : 2^3 = 1$). De esta forma, queda claro por qué no se puede resolver 0^0, ya que no se puede dividir por cero. Puede sugerirle a los alumnos que recurran a la sección Cómo..." de este capítulo."

Debates en vaivén

- ¿Todos usaron las mismas teclas para realizar las potencias? ¿Hay una sola posibilidad de hacerlo? Producción personal.
- ¿Al conmutar la base y el exponente en una potencia, se obtiene el mismo resultado?

No, no se cumple con la propiedad conmutativa.

Hago mis cuentas

Se espera que los alumnos utilicen estrategias de cálculo mental en la resolución de los ejercicios de estas páginas. Ponen en juego las relaciones de la proporcionalidad, descomposiciones multiplicativas de números y, por lo tanto, es necesario aplicar la propiedad asociativa.

Se espera que los alumnos utilicen el factoreo de los números para resolver los ejercicios.

Cálculos mentales y propiedades

1. **Resolvé** mentalmente los siguientes cálculos.

a. $40.000 \times 100 =$ 4.000.000

b. $40.000 \times 200 =$ 8.000.000

c. $4.000 \times 1.000 =$ 4.000.000

d. $4.000 \times 2.000 =$ 8.000.000

e. $4.000 \times 4.000 =$ 16.000.000

f. $4.000.000 : 100 =$ 40.000

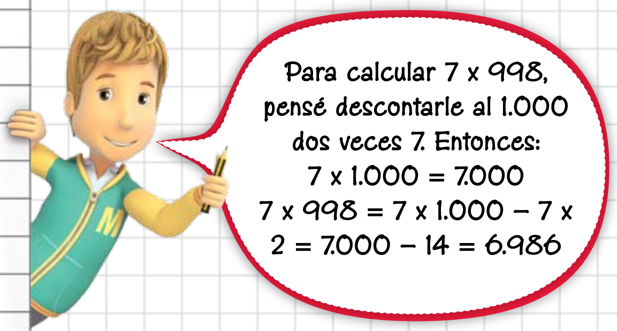
g. $4.000.000 : 1.000 =$ 4.000

h. $40.000 : 20 =$ 2.000

i. $160.000 : 40 =$ 4.000

j. $800.000.000 : 400.000 =$ 2.000

2. **Leé** y **resolvé** los siguientes cálculos usando la estrategia del chico.



a. $7 \times 1.001 =$
$7 \times 1.000 + 7 \times 1 = 7.007$

b. $7 \times 995 =$
$7 \times 1.000 - 7 \times 5 = 6.965$

c. $5 \times 1.097 =$
$5 \times 1.100 - 5 \times 3 = 5.485$

d. $3 \times 2.999 =$
$3 \times 3.000 - 3 \times 1 = 8.997$

3. **Resolvé** los siguientes cálculos con una calculadora sin utilizar las siguientes teclas: 4, 3, + y –.

a. $36 \times 6 =$ $18 \times 2 \times 6$

b. $42 \times 4 =$ $21 \times 2 \times 2 \times 2$

c. $32 \times 7 =$ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7$

d. $44 \times 12 =$ $22 \times 2 \times 12$

- Si ahora la tecla que no puede utilizarse es 8, ¿cómo resolverías este cálculo?

$2.464 : 28 =$ $\boxed{2.464 : (14 \times 2) \text{ o } 2.464 : 4 : 7}$

4. Sin escribir los cálculos, **determiná** si es verdadera (V) cada una de las igualdades.

F a. $1.344 : 32 = (1.344 : 30) : 2$

V b. $1.344 : 32 = (1.344 : 4) : 8$

V c. $1.344 : 32 = 960 : 32 + 320 : 32 + 64 : 32$

Teoría

Propiedades de la multiplicación

Conmutativa: se pueden conmutar o cambiar el orden de los factores y el resultado no varía.
Ejemplo: $14 \times 2 = 28$
$2 \times 14 = 28$

Asociativa: los factores pueden ser asociados de diferentes maneras y el resultado no varía.
Ejemplo: $2 \times (3 \times 4) = 24$
$(2 \times 3) \times 4 = 24$

Disociativa: el producto de varios números no varía si se descompone en factores uno o más de ellos.
Ejemplo: $10 \times 24 = 10 \times 6 \times 4 = 5 \times 2 \times 24$

Distributiva: se puede resolver la multiplicación entre dos números descomponiendo uno de ellos en una suma o resta y multiplicando cada parte del número por el otro factor.
Ejemplo: $6 \times 54 = 6 \times 50 + 6 \times 4 = 300 + 24 = 324$
$6 \times 54 = 6 \times (60 - 6) = 6 \times 60 - 6 \times 6$
$360 - 36$
324

Propiedades de la división

Distributiva: si en el dividendo hay una suma o una resta, se puede aplicar la propiedad. Si la suma o la resta aparece en el divisor, no.
Ejemplo:
$(9 + 6) : 3 = 9 : 3 + 6 : 3 = 3 + 2 = 5$
$(18 - 9) : 3 = 18 : 3 - 9 : 3 = 6 - 3 = 3$

Disociativa: es posible descomponer el divisor en factores.
Ejemplo: $900 : 15 = 900 : 5 : 3$, porque $15 = 5 \times 3$.

Hago mis cuentas

5. **Completá** el cuadro con la propiedad aplicada.

CÁLCULO A RESOLVER	CÁLCULO RESUELTO	PROPIEDAD APLICADA: ¿ASOCIATIVA, DISOCIATIVA, CONMUTATIVA O DISTRIBUTIVA?
$43 \times 12 \times 16$	$12 \times 16 \times 43$	conmutativa
$24 \times 32 \times 27$	$12 \times 2 \times 8 \times 4 \times 27$	disociativa
6×550	$6 \times 500 + 6 \times 50$	distributiva
78×14	$78 \times 7 \times 2$	disociativa
$5 \times 7 \times 16$	$5 \times 7 \times 8 \times 2$	disociativa
325×3	$400 \times 3 - 75 \times 3$	distributiva

Trabajar solo

- **Resolvé** este problema en tu carpeta demostrando cómo lo pensaste.

Julián solicitó un préstamo en el banco y deberá devolverlo en 15 cuotas de \$ 1.729, que incluyen los gastos generales. El pago del total tiene un interés, que es el dinero de más que le cobra el banco por otorgarle el préstamo. En el banco le dieron \$ 18.724, de los cuales, por gastos generales, le cobran un total de \$ 420. ¿Cuánto pagará de más al finalizar el plazo de las 15 cuotas? ¿De cuánto es la cuota mensual sin considerar los gastos generales?

\$ 7.631; \$ 1.701

Problemas que son emblema

1. **Resolvé** mentalmente los siguientes cálculos.

a. $38 \times 1.000 \times 100 =$ 3.800.000

b. $102 \times 1.000 : 10 =$ 10.200

c. $56 : 10 \times 100 =$ 560

d. $4 \times 10 \times 100 =$ 4.000

e. $431 : 10 \times 1.000 =$ 43.100

f. $409 \times 100 : 10 =$ 4.090

2. **Descompon**é los números o **usá** algún método de los trabajados para calcular mentalmente.

Producción personal.

a. $69 \times 101 =$ 6.969

b. $25 \times 19 =$ 475

c. $32 \times 110 =$ 3.520

d. $97 \times 45 =$ 4.365

3. **Resolvé** en tu carpeta demostrando cómo lo pensaste.

a. Seis amigos van a viajar a Brasil. Al subir al avión, se sientan uno atrás del otro. ¿De cuántas formas distintas se pueden sentar?

720

b. Un grupo de personas se va de viaje en las vacaciones. La empresa de turismo les ofrece 5 excursiones, pero tienen que elegir 3 de ellas. ¿De cuántas maneras pueden hacer su elección? ¿Y si tienen que elegir 4?

10, 5

c. Usando las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ¿cuántos números de 4 cifras distintas podemos hacer?

840

4. Para resolver $6 + 5 \times 8 : 4$, Mateo utilizó una calculadora común y obtuvo como resultado 22. En cambio, Nicolás usó una calculadora científica y le dio 16. **Explicá** cómo resuelve cada calculadora. ¿Cuál es la forma con la que se arriba al resultado correcto?

Explicación: producción personal. La calculadora científica, porque separa en términos correctamente.

5. **Colocá** verdadero (V) o falso (F).

V **a.** $4^4 = 256$

F **b.** $4^2 = 8$

V **c.** $5^4 = 625$

F **d.** $6^6 = 36$

V **e.** $2^7 = 128$

6. **Colocá** los paréntesis donde corresponda para llegar al resultado.

a. $(126 : 21 + 5) : 11 + (140 : 7 - 75 : 15) \times 4 = 61$

b. $(6 \times 5 : 3 - 9) \times 8 : 4 + 30 + (16 + 8) \times 10 = 272$

7. **Escribí** como potencias estos productos.

a. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$ 2^6

b. $16 \times 16 \times 16 \times 16 =$ 16^4

c. $1 \times 1 \times 1 \times 1 =$ 1^4

d. $100 \times 100 \times 100 \times 100 \times 100 =$ 100^5

¿Cómo... aplicar las propiedades de la potenciación?

La **potenciación** es una multiplicación abreviada con la particularidad de que el factor siempre es el mismo.

$$3^7 \neq 3 \times 7$$
$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \neq 21$$
$$2.187 \neq 21$$

Analizaremos cuáles son las **propiedades** que se cumplen con la potenciación.

La potenciación **no cumple** con la **propiedad conmutativa**.

$$3^7 \neq 7^3$$
$$2.187 \neq 343$$

La potenciación **cumple** con la **propiedad distributiva** solo con respecto a la multiplicación y la división.

$$(7 + 3)^2 \neq 7^2 + 3^2$$
$$10^2 \neq 49 + 9$$
$$100 \neq 58$$

$$(9 - 2)^3 \neq 9^3 - 2^3$$
$$7^3 \neq 729 - 8$$
$$343 \neq 721$$

$$(5 \times 4)^2 = 5^2 \times 4^2$$
$$20^2 = 25 \times 16$$
$$400 = 400$$

$$(21 : 7)^2 = 21^2 : 7^2$$
$$3^2 = 441 : 49$$
$$9 = 9$$

- ¿Cómo se obtiene una multiplicación o división de **potencias de igual base**?

El producto de dos o más potencias de igual base es una potencia de la misma base cuyo exponente es la suma de los exponentes dados. Ejemplo:
$4^2 \times 4^3 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^{2+3} = 4^5 = 1.024$

El cociente de dos potencias de igual base es una potencia de la misma base cuyo exponente es la diferencia de los exponentes. Ejemplo:
$3^4 : 3^2 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) : (3 \times 3) = 3^{4-2} = 3^2 = 9$

- ¿Cómo se obtiene la **potencia de otra potencia**?

La potencia de una potencia es otra potencia de la misma base cuyo exponente es igual al producto de los exponentes dados. Ejemplo:
$(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{2 \times 3} = 3^6 = 729$

- ¿Por qué un número con **exponente 0** da como **resultado 1**?

Observemos como ejemplo: $64 : 64 = 1$.
Como $64 = 4 \times 4 \times 4$, entonces $64 : 64 = (4 \times 4 \times 4) : (4 \times 4 \times 4)$, y como $(4 \times 4 \times 4) = 4^3$, entonces $64 : 64 = 4^3 : 4^3$. Pero por la propiedad de cociente de potencias de igual base:
$4^3 : 4^3 = 4^{3-3} = 4^0$; entonces $64 : 64 = 4^0 = 1$.

1. **Resolvé** las siguientes potencias aplicando alguna propiedad.

a. $5^2 \times 5^3 : 5^4 =$ $5^{2+3-4} = 5$

b. $7^9 : 7^9 =$ $7^{9-9} = 7^0 = 1$

El medallero

Autoevaluación en clase

Cada respuesta correcta vale **20 puntos**

100 puntos | 120 puntos | 140 puntos

1

> **Calculá** mentalmente.

$22 \times 99 =$ 2.178

$34 \times 110 =$ 3.740

Puntaje verificado: ___ pts.

2

> Si $4 \times 31 = 124$, **completá** la tabla.

	8	12	2
$\times 31$	248	372	62

Puntaje verificado: ___ pts.

3

> **Usando** las propiedades **colocá** un ✓ en el o los cálculos que tienen el mismo resultado que 135×26.

✓ $100 \times 26 + 35 \times 26$

✓ $135 \times 30 - 135 \times 4$

Puntaje verificado: ___ pts.

4

> **Aplicá** la propiedad disociativa para resolver.

$15 \times 35 =$ $5 \times 3 \times 7 \times 5$

$42 \times 7 =$ $21 \times 2 \times 7$

$9 \times 25 =$ $3 \times 3 \times 5 \times 5$

Puntaje verificado: ___ pts.

5

> ¿Cuántas claves puedo formar con los símbolos 2, D, 3, F, sin repetirlos? ¿Y repitiendo?

24, 4^4

Puntaje verificado: ___ pts.

6

> **Resolvé.**

$6 \times 5 \times 8 : 3 + (34 \times 4 - 100) + 3^2 =$

125

Puntaje verificado: ___ pts.

7

> **Completá** la frase.

Cualquier número (distinto de 0) con exponente __0__ da 1 y con exponente __1__ da el mismo número de la base.

Puntaje verificado: ___ pts.

Mi puntaje total: ___ ___ ___ puntos.

Escribí tu nombre bajo la medalla que ganaste.
Si no obtuviste ninguna, revisá el capítulo.

Actividades

1. Conversen entre todos y luego **escriban** las conclusiones.

a. ¿Qué son los números primos? ¿Cómo los reconocen?

Son números que pueden descomponerse solo en dos factores. Tienen como divisores al 1 y a ellos mismos.

b. Escriban los números como multiplicaciones de números lo más pequeños posible como se muestra en el ejemplo.

$\boxed{18 = 2 \times 3 \times 3}$

19×1	19	56	$2 \times 2 \times 2 \times 7$
37×1	37	24	$2 \times 2 \times 2 \times 3$
11×1	11	199	199×1

- ¿Qué tienen en común y en qué difieren las descomposiciones obtenidas?

Producción personal.

➡ En este capítulo: **OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES II**
● **U**tilización de las relaciones $c \times d + r = D$ y $r < d$ para resolver problemas ● **C**álculos en la calculadora ● **N**úmeros primos y compuestos ● **R**esolución de problemas que impliquen la descomposición multiplicativa de un número

3 Operaciones con números naturales II

> De los números anteriores, **seleccioná** y **copiá** aquellos que escribiste utilizando varios factores.

$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$ $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

> **Anotá** cuáles son los números de la lista que solo desarmaste utilizando dos factores.

19 11 37 199

Hago mis cuentas

En estas páginas se espera que los alumnos puedan reconocer y diferenciar los números primos de los compuestos.

Números primos y compuestos

1. **Mirá** la descomposición en factores que realizaste en los números de la página anterior y, luego de leer la teoría, **resolvé**.

Teoría

A los números que podemos descomponer en solo dos factores los llamamos **números primos**. Tienen solo dos divisores, el 1 y ellos mismos. Por ejemplo, el 17 solo puede descomponerse por sus divisores: 1 y 17.

En cambio, los números que tienen más de dos divisores se denominan **números compuestos**. Por ejemplo, el 18 tiene varios divisores: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Y se puede descomponer en números primos así: $2 \times 3 \times 3$.

a. **Encerrá** los números que sean primos.

48 11 15 39 21 23 7

b. **Escribí** tres ejemplos de números compuestos.

Producción personal.

2. **Seguí** los pasos que se indican para encontrar los números primos entre 1 y 100 en la Criba de Eratóstenes.

a. **Tachá** el número 1.

b. El primer número primo que aparece es el 2. **Tachá** todos sus múltiplos, menos a él.

c. Luego, **tachá** todos los múltiplos de 3, pero a él, que es primo, no.

d. **Realizá** lo mismo con los múltiplos de 5 y de 7.

e. **Escribí** en una lista los números primos entre 1 y 100.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

- **Conversá** con tus compañeros. ¿Todos obtuvieron los mismos resultados? ¿Por qué la consigna no indica que se tachen los múltiplos de 4, de 6, de 8 y de 9?

Porque ellos ya son múltiplos de 2 y fueron tachados (los primeros tres) y el 9 es múltiplo de 3.

Hago mis cuentas

3. **Trabajá** con un compañero. **Busquen** ejemplos para la pregunta que aparece en la apertura: ¿es cierto que todo número impar mayor que cinco puede expresarse como la suma de tres números primos?

Producción personal.

4. **Buscá** ejemplos para cada uno de los enunciados y **escribí** algunos.

a. Todo número par mayor que 6 y menor que 100.000 se puede expresar como la suma de dos números primos.

Producción personal.

b. Si un número es primo, el anterior o el siguiente es múltiplo de 6.

Sí, es cierto, excepto con los primos 2 y 3.

c. Hay más números primos entre 1 y 100 que entre 100 y 200.

Entre 1 y 100 hay 25 números primos mientras que entre 100 y 200 hay 21.

5. **Escribí** 5 ejemplos que demuestren esta afirmación: un número natural mayor que 4 es suma de dos números primos.

Producción personal.

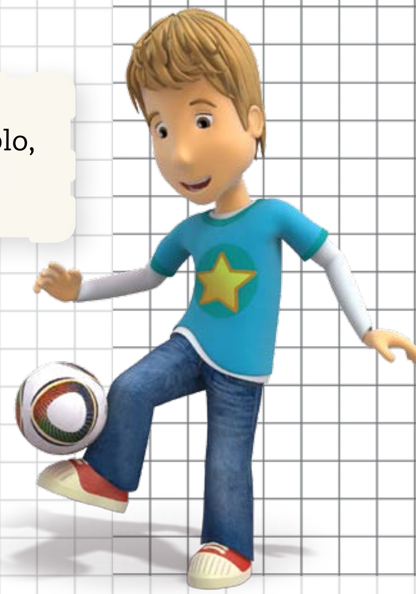
- **Compartí** con tus compañeros y **busquen** entre todos argumentos para cada afirmación.

Teoría

Hay parejas de números primos que son impares consecutivos, por ejemplo, 3 y 5. Esas parejas de números se llaman **primos gemelos**.

6. **Buscá** qué otros primos gemelos aparecen en la Criba de Eratóstenes.

11 y 13, 17 y 19, 41 y 43, 71 y 73.



Hago mis cuentas

Números con la calculadora

Teoría

Al “desarmar” números se pueden escribir expresiones donde la operación involucrada sea la multiplicación. Ese proceso se llama **factoreo** y nos permite analizar algunas cosas interesantes que suceden con los números. Factorear un número es expresarlo en factores primos.

Por ejemplo: $\underbrace{24}_{\text{Producto}} = \underbrace{2 \times 3 \times 2 \times 2}_{\text{Factores}}$.

La matemática se hace muchas preguntas sobre los números primos. Por ejemplo: ¿son infinitos?, ¿es posible que todos los números se puedan expresar en factores de números primos?, ¿cómo hacer para averiguar si un número es primo o compuesto?

1. **Expresá** los siguientes números como producto de sus factores primos. **Utilizá** la calculadora para controlar los resultados.

45 = $5 \times 3 \times 3$ 94 = 2×47 126 = $2 \times 3 \times 3 \times 7$ 36 = $2 \times 2 \times 3 \times 3$

134 = 2×67 54 = $2 \times 3 \times 3 \times 3$ 15 = 3×5 68 = $2 \times 2 \times 17$

2. **Utilizá** la calculadora para realizar las siguientes consignas.

Producción personal.

a. **Escribí** 4 números de tres cifras.

b. **Multiplicalos** por 7.

c. **Multiplicá** el resultado por 11, y ese resultado, por 13.

d. **Anotá** tus productos finales en la carpeta.

Se sugiere al docente que proponga a los alumnos que averigüen por qué se obtienen esos resultados.

Debates en vaivén

- **Discutan** entre ustedes la siguiente afirmación y **escriban**, cada uno en su carpeta, las conclusiones.
  Dado que un número primo es aquel que se puede expresar como el producto de dos números naturales menores que él, el 1 es un número primo. No es primo.

Hago mis cuentas

3. **Resolvé** las siguientes consignas. Solo podés utilizar las teclas × , 3 y 5 de la calculadora.

a. **Completá** los espacios en blanco siempre que sea posible.

$36 \times 45 =$ 36 × 3 × 3 × 5 $18 \times 24 =$ 18 no es posible.

$22 \times 675 =$ 22 × 3 × 3 × 3 × 5 × 5 $17 \times 60 =$ 17 no es posible.

- **Explicá** cómo lo pensaste.

b. Y si ahora pudieras usar solo la multiplicación por 3 y por 2, ¿cuáles de los cálculos anteriores podrías realizar? ¿Por qué?

Producción personal.

4. **Buscá** una estrategia para resolver el cálculo 2.937×48 con una calculadora donde solo se puedan escribir números de hasta dos cifras. **Escribila** en tu carpeta.

Producción personal.

- **Compartí** tus estrategias con tus compañeros, luego **lean** lo que dicen estos chicos y **respondan** si están de acuerdo y por qué.

A mí se me ocurrió "cortar" el número 2.937 y multiplicarlo por separado.
29 x 48 = 1.392 ⟶ 139.200
37 x 48 = 1.776
Agregué los ceros del 2.900 y luego sumé ambos resultados mentalmente:
139.200 + 1.776 = 140.976

Yo pensé distinto.
Formé los números multiplicando por 10:
29 x 10 x 10 = 2.900
2.900 + 37 = 2.937
2.937 x 48 = 140.976

Es posible hacerlo así, pues tuvieron en cuenta el valor posicional de los números involucrados.

5. **Escribí** en tu carpeta los siguientes números, descomponiéndolo de diversas maneras utilizando multiplicaciones. Podés guiarte con el ejemplo.

Producción personal.

a. $7.564 = 7 \times 1.000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 4 \times 1$
$7.564 = 75 \times 100 + 64 \times 1$
$7.564 = 3.797 \times 2$

b. $8.679 = 3 \times 11 \times 263$ **c.** $5.321 = 17 \times 313$ **d.** $3.171 = 3 \times 7 \times 151$

- **Factoreá** los números anteriores, ayudándote con la calculadora.
- **Conversá** con tus compañeros. ¿En qué te ayuda usar la calculadora para resolver estos cálculos? Producción personal.

Para facilitar los cálculos y disponer de una lista de números primos, se sugiere que el docente proponga a los alumnos realizar una lámina o cartel con los números primos del 1 al 200. Para ello, pueden volver sobre el ejercicio 4. c. de la página 33.

Relaciones en las divisiones

Hago mis cuentas

En estas páginas se va a trabajar sobre la construcción del algoritmo de la división. Se espera que los alumnos sean capaces de reconstruirlo al resolver los ejercicios propuestos y escribir la conclusión en "Debates en vaivén".

1. **Escribí** una cuenta de dividir en la que el divisor sea 59, el cociente 13 y el resto 3.

- ¿Cuántas cuentas hay? **Explicá** por qué.

770 | 59
3 | 13

Hay solución única

2. **Escribí** una cuenta de dividir en la cual el divisor sea 6 y el cociente sea 12.

- ¿Cuántas cuentas hay? **Compartí** las respuestas con tus compañeros.

72 | 6
0 | 12

Hay solo 6 cuentas posibles: 72 : 6 = 12 Resto: 0; 73 : 6 = 12 Resto: 1; 74 : 6 = 12 Resto: 2; 75 : 6 = 12 Resto: 3; 76 : 6 = 12 Resto: 4; 77 : 6 = 12 Resto: 5.

3. **Escribí** una cuenta de dividir en la que el divisor sea 55 y el resto 13.

Producción personal.

a. ¿Hay una sola cuenta? Hay infinitas soluciones.

b. **Compará** tu respuesta con la de tus compañeros.

4. **Escribí**, si es posible, una cuenta de dividir con las características que se indican y luego **respondé**.

a. Que el dividendo sea 306, el cociente sea 12 y el resto 6.

306 : 25 = 12 y resto, 6.

b. Que el dividendo sea 44, el cociente sea 12 y el resto 1, usando solo números naturales en el divisor.

No hay solución entre los naturales.

- Si no pudiste encontrar una cuenta, **explicá** por qué. Producción personal.
- Si pudiste, ¿hay una sola cuenta posible? Producción personal.

Hago mis cuentas

5. **Escribí** una cuenta de dividir en la que el dividendo sea 67 y el resto 3.

- ¿Hay una sola cuenta? ¿Cuántas hay? **Justificá** la respuesta.

Los resultados posibles son los divisores de 64 (pero se excluirán para el divisor el 1 y 2, pues el resto no puede ser mayor que el divisor).
67 : 64 = 1, resto 3; 67 : 32 = 2, resto 3; 67 : 16 = 4, resto 3; 67 : 8 = 8, resto 3; 67 : 4 = 16, resto 3.

6. **Encontrá** y **escribí** en tu carpeta dos números naturales distintos que, al dividirlos, el cociente sea 17 y el resto 9. El divisor no puede ser 0.

- ¿Cuántas cuentas hay? **Explicale** a un compañero cómo lo pensaste.

Producción personal. Hay infinitas soluciones.

7. **Explicale** a un compañero si es posible que en una cuenta de dividir el resto sea mayor que el divisor.

No es posible. El resto no puede ser mayor que el divisor, ya que si no, cambiaría el cociente.

8. **Completá** la tabla.

DIVIDENDO	DIVISOR	COCIENTE	RESTO
1.215	45	27	0
284	23	12	8
2.980	Producción personal.	202	Producción personal.
Producción personal.	8	Producción personal.	7
Producción personal.	Producción personal.	Producción personal.	Producción personal.

- **Conversá** con tus compañeros y luego **indicá** en qué casos la respuesta no es única y cuántas respuestas posibles hay en esos casos.

Producción personal.

Debates en vaivén

- **Escriban** entre todos una fórmula que les permita encontrar el dividendo de una cuenta de dividir conociendo el cociente, el divisor y el resto. $D = d \times c + r$

Hago mis cuentas

Descomponer multiplicativamente los números

1. Sabiendo que $24 \times 9 = 216$, **pensá** y **escribí.**

a. 2 divisores de 216.

Las opciones están entre estos números: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 216.

b. 6 divisores de 216 distintos de los que escribieron antes.

1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 27, 36, 54, 72, 108, 216.

- ¿Cuáles de esos divisores son números primos?

2 y 3.

2. Sabiendo que $24 \times 15 = 360$, **pensá** y **escribí.**

a. Dos divisores de 360.

Las opciones están entre estos números: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 15, 24, 360.

b. Seis divisores de 360 distintos de los que escribieron antes.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 60, 72, 90, 120, 180, 360.

- ¿Cuáles de esos divisores son números primos?

2, 3, 5.

3. **Discutí** con un compañero.
Si el producto entre $12 \times 35 = 420$, ¿se puede establecer, sin hacer la cuenta, si 420 es múltiplo de los siguientes números: 12, 35, 3, 4, 8, 5, 7, 20, 30, 50 y 21? ¿Por qué?

Si es múltiplo de 12 y 35, lo es también de 3, 4, 5, 7, 20, 30 y 21. No lo es de 8 ni de 50.

a. **Utilicen** la calculadora para controlar los resultados.

Producción personal.

b. **Compartan** sus argumentos entre todos y **escriba** cada uno en su carpeta una conclusión sobre cómo pueden estar seguros de cuáles son múltiplos y cuáles no.

Producción personal.

4. **Leé** lo que escribió Julia y **respondé** en tu carpeta.

> Sabiendo que $42 \times 23 = 966$, si busco los divisores de 42, obtengo muchos de los divisores de 966. Entonces, se puede multiplicar a cada uno de esos divisores por 23 y así obtener otros. Sin embargo, no se puede hacer lo mismo con el 23.

a. ¿Por qué dice esto?

El 23 es un número primo y no tiene más divisores que 1 y él mismo.

b. **Buscá** y **escribí** todos los números de los que es múltiplo 966.

1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 23, 42, 46, 69, 161, 483, 966.

5. **Utilizá** las multiplicaciones que aparecen en las plaquetas para calcular los resultados.

$21 \times 22 = 462$ $\qquad$ $12 \times 21 = 252$

Hago mis cuentas

a. $21 \times 11 =$ 231

b. $210 \times 22 =$ 4.620

c. $7 \times 22 =$ 154

d. $21 \times 110 =$ 2.310

e. $14 \times 22 =$ 308

f. $252 : 21 =$ 12

g. $252 : 12 =$ 21

h. $252 : 6 =$ 42

i. $252 : 7 =$ 36

j. $252 : 3 =$ 84

6. Teniendo en cuenta lo que conocés sobre números pares e impares, **respondé**.

a. ¿Qué sucede si a un número par cualquiera se le suma 2? ¿El resultado también es par?

Siempre será par.

b. ¿Sucede lo mismo si se le suma 20? ¿Por qué?

Sigue siendo múltiplo de 2 y la división por 2 dará resto cero.

c. Si se suman tres números pares, ¿el resultado es siempre otro número par?

Sí.

- **Buscá** ejemplos que justifiquen tu respuesta.

Producción personal.

d. Si se multiplican dos números pares, ¿se obtiene un número par?

Sí.

Se sugiere al docente que les proponga a los alumnos averiguar qué sucede si se multiplica un número par por un impar o dos impares entre sí.

Trabajar solo

- **Averiguá** qué sucede si se suman dos números impares. ¿Y si se suman tres?
- **Escribí** en tu carpeta a qué conclusión llegaste.

Si se suman dos números impares, se obtiene un resultado par, pero si se suman tres impares, el resultado es impar.

Problemas que son emblema

1. **Descomponé** en tu carpeta los números 520, 1.286 y 7.364 teniendo en cuenta lo que se pide.

a. En factores no necesariamente primos.

Producción personal.

b. Con factores no primos.

Producción personal.

c. Solo con factores primos.

$520 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 13$
$1.286 = 2 \times 643$
$7.364 = 2 \times 2 \times 1.841$

2. **Buscá** al menos 5 ejemplos para el siguiente razonamiento.

Cualquier número mayor que tres puede escribirse como la suma de números primos, por ejemplo, $5 = 2 + 3$.

Producción personal.

3. **Respondé** buscando ejemplos que te ayuden a encontrar la respuesta.

a. Si se multiplican dos números pares se obtiene otro número par. ¿Qué sucede si se multiplican tres números pares?

Se obtiene un resultado par.

b. ¿Qué sucede si se multiplican dos números impares? ¿Y tres?

Se obtiene un resultado impar en ambos casos.

4. **Escribí** una cuenta de dividir donde se conozcan el divisor y el resto.

Producción personal.

- **Escribí** cuántas soluciones tiene.

Infinitas

5. **Pensá** y **escribí** los datos que son necesarios para que una cuenta de dividir tenga infinitas soluciones.

Producción personal.

- **Escribí** un ejemplo.

6. **Planteá** una cuenta de dividir que tenga una solución única y otra que tenga más de una solución.

Producción personal.

7. **Usá** la calculadora para encontrar el resto de cada división.

a. 596 : 11 Resto: 2

b. 765 : 12 Resto: 9

c. 1.489 : 17 Resto: 10

8. **Buscá** y **escribí** los números de los que es múltiplo 2.170 si se sabe que $2.170 = 62 \times 35$.

2, 5, 7 y 31.

- **Explicá** cómo lo pensaste.

Se obtienen multiplicando entre sí sus factores primos.

¿Cómo... saber si un número es múltiplo de otro?

En este capítulo tuvieron oportunidad de estudiar cuáles son algunos de los números primos. Existen preguntas y problemas interesantes, como por ejemplo, ¿cuáles son todos los números primos?, ¿son infinitos?, ¿hay algún método para hallar todos los números primos?

Entre las preguntas interesantes sobre los números primos, podemos estudiar algunas propiedades y también resolver problemas.

Si sabemos que el producto entre $14 \times 35 = 490$, ¿se puede establecer sin hacer la cuenta de qué números es múltiplo 490?

Podemos comenzar mirando los factores que se multiplican para obtener el producto 490. En este caso, 14 y 35, es decir, que 490 es múltiplo de 14 y de 35.

Ahora, si tomamos el caso de uno de los factores, el 14, este a su vez lo obtenemos multiplicando 2 y 7, entonces podemos decir que 490 es múltiplo de 2 y 7. Realizando el mismo análisis con cada uno de los números encontraremos todos los números de los que 490 es múltiplo.

1. A partir de la explicación anterior, ¿cómo podés averiguar, sin hacer las cuentas, de qué números es múltiplo 530?

Producción personal.

2. **Escribí** verdadero (**V**) o falso (**F**).

- [F] **a.** 123 es múltiplo de 12.
- [V] **b.** 524 es múltiplo de 131.
- [F] **c.** 5 es múltiplo de 5.400.

3. **Utilizá** esta estrategia y **escribí** una lista de los números de los que 588 sea múltiplo sabiendo que $588 = 49 \times 12$.

Producción personal.

- **Escribí** tres números que no sean múltiplos de 588 y **explicá** por qué no lo son.

El medallero

Autoevaluación en clase

Cada respuesta correcta vale **20 puntos**

BRONCE	PLATA	ORO
100 puntos	120 puntos	140 puntos

1

> **Contestá** con verdadero (V) o falso (F).

V Los números primos tienen solo dos divisores.

V El número 1 no es ni primo ni compuesto.

Puntaje verificado: __ __ pts.

2

> **Colocá** un ✓ en los números primos y una ✗ en los números compuestos.

✗ 28	✗ 128
✓ 79	✓ 67
✗ 45	✓ 103

Puntaje verificado: __ __ pts.

3

> **Completá** con *siempre / a veces / nunca*.

- La suma de dos números impares siempre es par.
- La multiplicación de dos números pares nunca es impar.

Puntaje verificado: __ __ pts.

4

> **Encerrá** las factorizaciones en números primos correctas.

$1.325 = 5 \times 5 \times 53$

$289 = 17 \times 17$

$252 = 4 \times 21 \times 3$

$480 = 15 \times 32$

Puntaje verificado: __ __ pts.

5

> Sabiendo que $14 \times 16 = 224$, **pintá** los divisores de 224.

7	4	12	6
2	3	8	5

Puntaje verificado: __ __ pts.

6

> **Completá** la frase.

- En una división, el resto siempre es menor que el divisor

Puntaje verificado: __ __ pts.

7

> **Ubicá** dos de los siguientes números de modo que la división tenga infinitas soluciones.

18

7

93

$\underline{\quad} \,|\, \underline{18}$

7

Hay más de una posibilidad.

Puntaje verificado: __ __ pts.

Mi puntaje total: __ __ __ puntos.

Escribí tu nombre bajo la medalla que ganaste. Si no obtuviste ninguna, revisá el capítulo.

Actividades

1. Los chicos van a colocar las sillas en el salón de actos para un evento escolar. El profesor de Matemática les dio pistas para calcular la cantidad de sillas que necesitan. **Observen** las indicaciones del profesor y **conversen** entre todos.

a. Si están buscando los números que cumplan las condiciones pedidas, ¿qué deben tener en cuenta?

b. ¿El número buscado puede terminar en 0? ¿Por qué?

c. ¿Hay maneras de buscar el número que se corresponde a la cantidad de sillas, sin probar dividir muchos números?

d. ¿Cuál es el número de sillas que hace falta acomodar si se sabe que son menos de 240?

a. Producción personal. b. No, porque no es par. c. Sí, teniendo en cuenta las reglas de divisibilidad. d. 215

➡ En este capítulo: **MÚLTIPLOS Y DIVISORES** • **C**riterios de divisibilidad • **A**nálisis de la información para decidir si un número es múltiplo o divisor de otro • **F**ormulación y validación de conjeturas relativas a las nociones de múltiplo y divisor

4 Múltiplos y divisores

> **Buscá** dos números menores que 120 que al dividirlos por 2 el resto sea 1, al dividirlos por 3 el resto sea 2 y al dividirlos por 5 el resto sea 0.

Producción personal.

Múltiplos y divisores

Hago mis cuentas

En estas páginas se trabajarán los conceptos de múltiplos y divisores de un número y sus propiedades.

1. **Contestá** las preguntas argumentando tus respuestas.

a. ¿Pueden escribirse todos los múltiplos de un número? ¿Por qué?

No, porque son infinitos.

b. ¿Pueden escribirse todos los divisores de un número? ¿Por qué?

Sí, porque hay un número determinado de divisores.

2. **Escribí** un número de dos cifras y otro de tres. Luego, **completá** la tabla.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
EL NÚMERO DE DOS CIFRAS ES MÚLTIPLO DE...									
EL NÚMERO DE TRES CIFRAS ES MÚLTIPLO DE...									

Producción personal.

- **Compartí** tus respuestas con tus compañeros y **respondan** entre todos. ¿Cuáles son los múltiplos que les resultan más fáciles de escribir? ¿Y los más difíciles? ¿Por qué?

Teoría

Un número es **múltiplo** de otro si hay un número que multiplicado por el segundo da como resultado el primero.
Un número es **divisor** de otro si, al dividir este último por el primero, se obtiene resto 0.

3. **Leé** las preguntas y **respondé** en tu carpeta justificando la respuesta.

a. ¿Es cierto que la suma de dos múltiplos de 5 es también múltiplo de 5?

Sí.

b. Y si se multiplican dos múltiplos de 2, ¿el resultado también será múltiplo de 2?

Sí.

c. ¿Será cierto que si se consideran tres números naturales consecutivos, al menos uno de ellos es múltiplo de 3? **Explicá** por qué.

Sí. Explicación: producción personal.

Hago mis cuentas

4. **Decidí** si son ciertas las afirmaciones y **justificá** explicando cómo lo pensaste.

a. Sabiendo que 27 es divisible por 3, el doble y el triple de 27 son divisibles por 3.

Verdadera.

b. Sabiendo que 24 es divisible por 4, al multiplicar 24 por cualquier número se obtiene un número también divisible por 4.

Verdadera.

5. **Encontrá** el resultado de los siguientes cocientes sin escribir la cuenta, partiendo de $75 \times 42 = 3.150$.

a. 3.150 : 75 = 42

b. 3.150 : 5 = 630

c. 3.150 : 15 = 210

d. 3.150 : 150 = 21

e. 3.150 : 42 = 75

f. 3.150 : 7 = 450

6. **Marcá** con un ✓ la afirmación correcta. Luego, **realizá** la comprobación usando la calculadora.

○ **a.** 24.684.281 es divisible por 2.

✓ **b.** 333.333 es divisible por 11.

7. **Respondé** en tu carpeta las preguntas argumentando tus respuestas. **Buscá** algunos ejemplos.

a. Si un número es múltiplo de 9, ¿también será múltiplo de 3?

Sí.

b. Si un número es múltiplo de 3, ¿también lo será de 9?

No siempre.

c. Si un número es divisible por 2 y por 4, ¿también es divisible por 8?

No siempre.

Se sugiere que el docente haga preguntas del estilo "¿siempre un número que es múltiplo de 4 y de 6 será múltiplo de 24?" Lo más probable es que la mayoría diga que sí, porque van a multiplicar 4 y 6. Entonces se puede sugerir que traten de encontrar algún número que no lo sea y expliquen por qué sucede eso.

Debates en vaivén

- Al resolver los problemas de estas dos páginas, unos chicos se plantearon algunas ideas. **Lean** cada conclusión y **discutan** con cuáles están de acuerdo.

Producción personal. Todas son correctas.

Criterios de divisibilidad

Hago mis cuentas

En estas páginas se trabajan las reglas de divisibilidad y sus aplicaciones.

Teoría

La elaboración de los **criterios de divisibilidad** permite que, en algunos casos, se pueda conocer si un número es o no divisible por otro, sin tener que hacer muchas cuentas.

1. En el pizarrón, la maestra dejó anotada la siguiente tabla. De a dos, **busquen** ejemplos para completarla. Producción personal.

NÚMERO	ES DIVISIBLE CUANDO	EJEMPLOS
2	El número es par.	
3	La suma de sus cifras es múltiplo de 3.	
4	Sus dos últimas cifras forman un múltiplo de 4 o termina en doble cero.	
5	La última cifra es 0 o 5.	
6	Es divisible por 2 y 3 a la vez.	
8	Las tres últimas cifras forman un múltiplo de 8 o termina en triple cero.	
9	Al sumar sus cifras se obtiene un múltiplo de 9.	
10	Su última cifra es 0.	
11	El número tiene solo dos cifras y son iguales. La diferencia entre la suma de las cifras que ocupan los lugares impares y la de los lugares pares es 0 o múltiplo de 11.	

2. Sin hacer la cuenta, **completá** las cifras de estos números para que se cumpla la condición pedida. Producción personal.

a. 57.☐5☐ es múltiplo de 3.

b. 385.☐3☐ es múltiplo de 9.

c. 3.1☐1.6☐☐ es múltiplo de 11 y de 10.

d. 25.☐☐☐ es múltiplo de 8.

Hago mis cuentas

3. **Escribí** la respuesta para los siguientes problemas.

a. **Sumale** a los siguientes números una cantidad tal que los transforme en el múltiplo más próximo.

- 927 + [3] para que sea múltiplo de 5.
- 1.835 + [1] para que sea múltiplo de 3.
- 1.699 + [2] para que sea múltiplo de 9.

b. **Repetí** la actividad, pero ahora restando.

- – 2
- – 2
- – 7

4. **Cambiá** solo una cifra para que se transforme en múltiplo del número indicado.

a. 2.569 para que sea múltiplo de 6. [ ]

Producción personal.

b. 7.370 para que sea múltiplo de 4. [ ]

Producción personal.

- **Compará** con tus compañeros lo realizado y **expliquen** entre todos cómo lo pensaron.

En a. debe ser par y múltiplo de 3 y en b. las últimas dos cifras deben ser múltiplos de 4 o terminar en doble cero.

5. **Escribí** en tu carpeta todos los divisores de cada uno de los números.

a. 246 **b.** 308 **c.** 124 **d.** 95

a. 1, 2, 3, 6, 41, 82, 123, 246; b. 1, 2, 4, 7, 11, 14, 22, 28, 44, 77, 154, 308; c. 1, 2, 4, 31, 62, 124 y d. 1, 5, 19, 95.

6. **Resolvé** en tu carpeta los siguientes problemas demostrando cómo los pensaste.

Estos problemas son una introducción al tema de divisor común mayor y su aplicación.

a. Si se tienen 48 fichas blancas y 30 fichas negras en un juego y se las quiere guardar en cajas colocando en cada una la misma cantidad, pero de manera que cada una contenga la mayor cantidad posible, ¿cuántas fichas hay que colocar en cada caja? ¿Cuántas cajas se necesitan?

8 blancas y 5 negras. Son 6 cajas.

b. Lucía debe hacer ramos con 24 margaritas y 18 rosas de manera que haya el mismo número de flores de cada tipo por ramo. ¿Cuál es la mayor cantidad de ramos que podrá hacer sin que sobren flores? ¿Cuántas flores de cada tipo pondrá por ramo?

Podrá hacer 6 ramos. En cada uno pondrá 4 margaritas y 3 rosas.

Buscando múltiplos o divisores

Hago mis cuentas

1. **Resolvé** las cuentas y **marcá** con un ✓ cuando los resultados sean múltiplos de los números que se indican. **Ayudate** con los criterios de divisibilidad.

- ✓ **a.** 24 + 57 + 11 es múltiplo de 2.
- ✓ **b.** 369 + 777 es múltiplo de 3.
- ◯ **c.** 596 + 246 es múltiplo de 6.
- ✓ **d.** 2.296 – 1.560 es múltiplo de 8.
- ✓ **e.** 50.276 – 6.344 es múltiplo de 4.
- ◯ **f.** 48 × 27 × 35 + 1 es múltiplo de 5.
- ◯ **g.** 36 × 45 × 63 – 4 es múltiplo de 9.

- **Compartí** con tus compañeros las respuestas.

2. En las consignas de la actividad anterior que no hayas tildado, **cambiá** lo que consideres necesario de manera que sí cumplan con la condición.

3. **Armá** un cálculo como los del punto 1 que cumpla cada una de las siguientes condiciones. **Escribilos** en tu carpeta. Producción personal.

a. Que sea múltiplo de 5.

b. Que sea múltiplo de 6.

c. Que sea múltiplo de 2 pero no de 8.

d. Que no sea múltiplo de 7.

e. Que no sea múltiplo de 9.

Se espera que los alumnos se den cuenta de que para obtener un número que sea múltiplo de otro basta con escribir el resultado de una cuenta de multiplicar por el número que les interesa. Si quisieran obtener un número que no sea múltiplo de otro, bastaría con sumarle a un múltiplo un número menor que él o no hacerlo intervenir en el cálculo. El docente puede proponer como actividad que los alumnos investiguen qué sucede si suman o restan múltiplos de un número. ¿El resultado es múltiplo del mismo número? ¿Se podrían resolver los ejercicios 1 y 4 sin resolver los cálculos?

4. **Resolvé** las cuentas y **decidí** si los resultados son múltiplos de los números que se indican. **Explicá** qué tuviste en cuenta para responder.

Hago mis cuentas

a. 3.200 + 5.628 es divisible por 2 y por 4.

Sí.

b. 145.064 + 289.040 es divisible por 8.

Sí.

c. 753.854 + 246.145 es divisible por 9.

Sí.

d. 15.624 × 56 es divisible por 5.

No.

e. 156.977 × 100 es divisible por 10 y por 5.

Sí.

- **Conversá** con tus compañeros, ¿qué cambiarías en aquellos que no cumplen la condición para que sí lo hagan?

Producción personal.

5. **Averiguá**, sin hacer la cuenta, cuáles de estos cocientes tienen resto 0 y **colocá** un ✓ en ellos. **Explicá** qué tuviste en cuenta para decidir.

✓ **a.** 150.268.750 : 10 =

✓ **c.** (32 × 4 × 26 × 68) : 2 =

◯ **b.** 145.246 : 8 =

◯ **d.** (2.406 × 9 + 5) : 3 =

6. **Escribí** cálculos en tu carpeta que cumplan las siguientes condiciones.

Producción personal.

a. Una suma cuyo resultado sea divisible por 4.

b. Un producto cuyo resultado sea divisible por 6.

c. Una resta cuyo resultado sea divisible por 11.

Si los alumnos proponen cálculos con múltiplos de los números dados, el docente puede sugerir que traten de encontrar cálculos con números que no lo sean. En caso contrario, que utilicen múltiplos de los números dados y expliquen por qué es más conveniente.

7. Sabiendo que 420 × 360 = 151.200, **indicá** si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). **Justificá** en tu carpeta las respuestas.

V **a.** 151.200 es divisible por 3, 7 y 5.

V **b.** 151.200 es divisible por 10 y 100.

V **c.** 151.200 es divisible por 72.

V **d.** 151.200 es divisible por 9.

V **e.** 151.200 es divisible por 21.

Hago mis cuentas

Problemas con múltiplos y divisores

1. **Reúnanse** en grupos y **resuelvan** las preguntas que se plantean a continuación. **Justifiquen** las respuestas.

a. Si al dividir un número por 2 se obtiene resto 0, ¿también al dividirlo por 4 tendrá resto 0?

No siempre.

b. ¿Es cierto que todo número divisible por 6 también es divisible por 2?

Sí.

c. ¿Todos los múltiplos de 8 tienen resto 0 al dividirlos por 4?

Sí.

d. ¿Todos los múltiplos de 24 dan resto 0 al dividirlos por 12? ¿Y por 6?

Sí.

e. ¿Pueden escribir un múltiplo de 14 que dé resto 0 al dividirlo por 4?

Sí.

f. Todos los múltiplos que dan resto 0 al dividirlos por 5, ¿también dan resto 0 al dividirlos por 10?

No.

g. ¿Si 6 y 7 son divisores de 42, también serán divisores de los múltiplos de 42?

Sí.

h. ¿Todo número distinto de 0 es múltiplo de sí mismo? ¿Y de 1?

Sí.

i. ¿Siempre que se resten dos múltiplos de un número, esa diferencia es múltiplo de dicho número?

Sí.

j. Si un número es múltiplo de otro, y este lo es de un tercero, ¿el primero es múltiplo del tercero?

Sí.

2. **Discutan** en grupos y **determinen** si estas afirmaciones se cumplen siempre, a veces o nunca. **Expliquen** por qué.

Hago mis cuentas

a. El 1 es divisor de cualquier número y el 0 es múltiplo de cualquier número.

Siempre.

b. Si un número es divisor de otros dos, también lo es de su suma y de su diferencia.

Siempre.

c. Si un número es divisor de otro, también lo es de cualquier múltiplo del primero.

Siempre.

d. Los divisores de los números mayores a 1.000 son infinitos.

Nunca.

e. Si un número es divisor de otro y este lo es de un tercero, el primero lo es del tercero.

Siempre.

f. Los múltiplos de un número mayor que 0 son infinitos.

Siempre.

g. Todo número es divisor de sí mismo.

A veces. El cero no es divisor de sí mismo.

Teoría

Se llaman **números amigos** a dos números si al sumar todos los divisores de uno de ellos (excepto el mismo número) da como resultado el otro número. Por ejemplo, 220 y 284 son números amigos ya que los divisores de 220 son 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 y 110, y los de 284 son 1, 2, 4, 71 y 142.
Ahora, si sumamos los divisores de 220, obtenemos:
$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$
Y si sumamos los de 284, obtenemos:
$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$
Si un número es amigo de sí mismo entonces recibe el nombre de **número perfecto**. Por ejemplo, el número 28, ya que al sumar todos sus divisores (1, 2, 4, 7, 14) se obtiene $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$.

3. Usando la calculadora, **demostrá** que 2.620 y 2.924 son números amigos.

2.620: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 131, 262, 524, 655, 1.310. La suma da 2.924.
2.924: 1, 2, 4, 17, 34, 43, 68, 86, 172, 731, 1.462. La suma da 2.620.

4. **Buscá** dos ejemplos de números perfectos, con estas pistas.

Los números son 6 y 496.

a. Hay un número perfecto entre el 4 y el 10.

b. Hay un número perfecto entre 490 y 500.

Problemas que son emblema

1. **Resolvé** los problemas en tu carpeta. **Demostrá** cómo los pensaste.

a. Para organizar una carrera, el entrenador arma grupos en diferentes turnos según los tiempos realizados. Si arma grupos de 5 corredores, no sobra ninguno, y si arma grupos de 10, tampoco sobra ninguno. ¿Cuántos corredores hay en la competencia si se anotaron entre 55 y 110? **Escribí** todas las posibilidades. 60-70-80-90-100-110

b. ¿Cómo pueden distribuirse 87 envases en 6 cajas colocando, en cada una, una cantidad impar de envases? No hay solución. El número es impar y al sumar 6 números impares se obtiene un número par.

c. En una bolsa hay una cantidad de tizas. Si se las cuenta de a 3, no sobra ninguna; si se las cuenta de a 4, sobra 1; y si se las cuenta de a 15, no sobra ninguna. ¿Cuántas tizas hay en la bolsa si son más de 130 y menos de 200? ¿Hay una sola posibilidad?

Hay 165 tizas.

2. **Escribí** qué cantidad hay que sumarle a los siguientes números para que cumplan la condición pedida.

a. A 3.567 para que sea el múltiplo de 8 más próximo.

1

b. A 12.589 para que sea el próximo múltiplo de 7.

4

c. A 152.362 para que sea el múltiplo de 9 más próximo.

8

3. **Escribí** dos números que cumplan las siguientes condiciones.

Producción personal.

a. Ser múltiplo de 10 y 11.

b. Tener por divisores al 42 y al 64.

c. Ser divisible por 3, 7 y 10.

4. **Escribí** un ejemplo para cada consigna.

Producción personal.

a. Una suma que tenga un número de 6 dígitos y cuyo resultado sea múltiplo de 2 y 3.

b. Una expresión que incluya el producto de 3 números y cuyo resultado sea un número múltiplo de 3, 7 y 5.

c. Un cálculo que incluya un cociente y cuyo resultado sea múltiplo de 11.

5. Sin hacer la cuenta, **anotá** por lo menos 5 números por los que sean divisibles.

Producción personal.

a. 1.285.326

b. 150.260

c. 88.888.888

6. **Colocá** verdadero (**V**) o falso (**F**). **Corregí** las incorrectas en tu carpeta.

V **a.** Si sumamos dos múltiplos de 4, el resultado también es múltiplo de 4.

V **b.** Si un número es divisor de 15, también es divisor de 45.

F **c.** Si 4 y 6 son divisores de 24, lo serán de todos los divisores de 24.

Lo serán de los múltiplos de 24.

¿Cómo... saber si es múltiplo de 7?

La escuela pitagórica, cuyo pensamiento fundamental era que todos los fenómenos del universo se podían explicar mediante los números, se dedicó a la exploración de los números, de sus propiedades y de sus relaciones con otras ramas del saber, como la geometría y la música. En esa búsqueda, los filósofos pitagóricos estudiaron muchos tipos de números a partir de ciertas relaciones y diversas regularidades. Entre ellas, las relaciones numéricas de múltiplo y divisor.

Algunas de estas relaciones entre múltiplos y divisores fueron desarrolladas en este capítulo del libro, por ejemplo, cuando mencionamos algunos criterios de divisibilidad.

Veamos ahora cómo saber si un número es múltiplo de 7. El criterio de divisibilidad del 7 dice que cuando al separar la última cifra de la derecha, multiplicarla por 2 y restarla al resto de las cifras la diferencia es 0 o múltiplo de 7.

Apliquemos el criterio para saber si 238 es divisible por 7.

1. Separamos la última cifra de la derecha. 23 8
2. Multiplicamos esa cifra por 2. $8 \times 2 = 16$
3. Restamos el resultado anterior al resto de las cifras. $23 - 16 = 7$

1. **Aplicá** el criterio analizado para descubrir si estos números son o no múltiplos de 7.

a. 350 Sí.
b. 372 No.
c. 791 Sí.
d. 2.450 Sí.
e. 189 Sí.
f. 157 No.

2. **Leé** esta propiedad y **buscá** ejemplos sumando algunos de los múltiplos de 7 de la actividad anterior. Producción personal.

Siempre que sume varios múltiplos de un número resulta otro que también es múltiplo de dicho número.

El medallero

Autoevaluación en clase

Cada respuesta correcta vale **20 puntos**

100 puntos | 120 puntos | 140 puntos

1

> Completá las frases con *finitos* o *infinitos*.

Los múltiplos de un número son infinitos

Los divisores de un número son finitos.

Puntaje verificado: ___ pts.

2

> Pintá las opciones correctas.

392 es múltiplo de...

2 10 5

4 7 11

Puntaje verificado: ___ pts.

3

> Escribí el factor que falta para que la afirmación se cumpla. Hay infinitas posibilidades. A modo de ejemplo:

- $27 \times 2 \times$ 5 es múltiplo de 9.
- $41 \times 5 \times$ 2 es múltiplo de 10.

Puntaje verificado: ___ pts.

4

> Colocá V o F.

- V 125.365 es divisible por 5.
- V 12.358.786 es divisible por 2.
- F 356.875 es divisible por 3.
- F 169.358.146 es divisible por 4.

Puntaje verificado: ___ pts.

5

> Cambiá una cifra a cada número para que se cumpla la condición. Producción personal.

- $285.066 + 326.049$ es divisible por 8.
- 156.973×18 es divisible por 10 y por 5.

Puntaje verificado: ___ pts.

6

> Completá con sí o no.

- 2.222.222 sí es divisible por 11.
- 1.506.500 sí es divisible por 2, 4, 5 y 10.
- 55.566 sí es divisible por 6 y 7.

Puntaje verificado: ___ pts.

7

> Escribí 4 divisores para cada número. Producción personal.

- 3.010 ____________
- 25.047 ____________

Puntaje verificado: ___ pts.

Mi puntaje total: ___ puntos.

Escribí tu nombre bajo la medalla que ganaste.
Si no obtuviste ninguna, revisá el capítulo.

Actividades

1. Bautista quiere ayudar a su papá a completar la tabla con los gastos de combustible del mes de octubre de este año. **Completen** la tabla.

2. **Respondan.**
Si el papá de Bautista tiene 5 autos en la remisería, ¿cuánto combustible necesita para los 5 automóviles en viajes de...

1 km? $\frac{5}{5}$ o 1 litro.
2 km? $\frac{10}{5}$ o 2 litros.
3 km? $\frac{15}{5}$ o 3 litros.
6 km? $\frac{30}{5}$ o 6 litros.
10 km? $\frac{50}{5}$ o 10 litros.
20 km? $\frac{100}{5}$ o 20 litros.

3. **Conversen** entre todos.
¿Realizaron los cálculos con fracciones o usaron otras estrategias? ¿Se podrá calcular de otra manera?
Producción personal.

En este capítulo: **NÚMEROS RACIONALES I** • **F**racciones en el contexto de proporcionalidad directa • **D**ensidad en el conjunto de números racionales • **U**bicación de fracciones en la recta a partir de diferentes informaciones • **O**peraciones con fracciones

5 Números racionales I

> Si se sabe que el gasto de combustible es siempre el mismo, **calculá** la cantidad que deberían comprar en la remisería en caso de tener 10, 15 y 20 autos que tuvieran que recorrer 25 km cada uno, y **completá** la tabla.

AUTOS	1	10	15	20
LITROS	5 l	50 l	75 l	100 l

Hago mis cuentas

En estas páginas se verán las relaciones entre distintos objetos, comparados entre sí o con el entero. También se comparará la medida de un entero con uno o varios objetos que representan una parte de él. Se espera que los alumnos puedan construir, a partir de estos ejercicios, el concepto de unidad de medida.

Resolución de problemas de conmensuración

1. **Dibujá** en cada caso teniendo en cuenta la información.

a. El siguiente segmento representa $\frac{2}{3}$ de la unidad. **Completalo** para que represente un entero.

b. La tira A representa $\frac{5}{3}$ de la B, **dibujá** a la derecha la tira B.

2. Sin dibujar el entero y sabiendo que la siguiente tira representa $\frac{3}{5}$ del entero, **dibujá** un segmento que represente $\frac{3}{10}$ del entero. Luego, **respondé**.

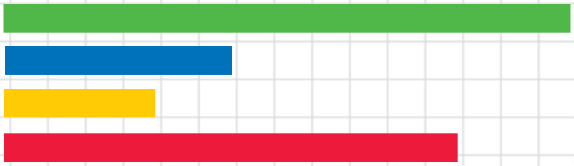
a. ¿Cuál es la longitud del segmento que representa $\frac{3}{20}$ del mismo entero?

La mitad de la que se dibujó.

b. Ahora sí, **dibujá** en tu carpeta el entero.

Producción personal.

3. **Resolvé** el problema explicándole a tu compañero cómo lo pensaste.
La mamá de Candela tenía las siguientes cintas para armar los moños de los suvenires para la fiesta de egresados de su hija.



a. ¿Qué parte de la cinta azul es la amarilla?

Las dos terceras partes o $\frac{2}{3}$.

b. ¿Cuántas cintas azules forman una verde?

$2\frac{1}{2}$

c. ¿Qué parte de la cinta verde es la roja?

$\frac{8}{10}$ o $\frac{4}{5}$.

d. ¿Cuántas partes de la cinta roja es la verde?

$\frac{5}{4}$ o $\frac{10}{8}$.

Hago mis cuentas

4. **Resolvé** en tu carpeta.
Se sabe que 7 veces la longitud de A es igual a 6 veces la longitud de B.

a. ¿Cuánto mide A, tomando como unidad B?

$A = \frac{6}{7} B$

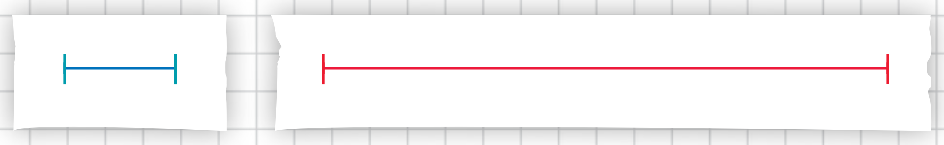
b. ¿Cuánto mide B, tomando como unidad A?

$B = \frac{7}{6} A$

c. ¿Cuál de los dos segmentos es mayor? ¿Por qué?

Es mayor B, porque $B = (1 + \frac{1}{6})A$.

5. **Leé** con atención.
El siguiente dibujo representa tiras de papel que se usaron para medir un entero.



Si la tira azul representa $\frac{1}{10}$ del entero y la roja, $\frac{1}{2}$ del mismo entero, **resolvé**.

a. **Dibujá** el entero.

b. **Indicá** la longitud del entero.

15 cm

6. **Resolvé** en tu carpeta el problema que se le presentó a Joaquín.
Joaquín necesita comprar una varilla de madera. Para ello, debe calcular la longitud a comprar a partir de las siguientes pistas.

La varilla A representa $\frac{1}{7}$ de la varilla a comprar y la varilla B, $\frac{1}{6}$.

a. ¿Cuál es la longitud de la varilla que tiene que comprar si la medida es un número entero?

La longitud es 42 cm.

b. La respuesta, ¿es la única?

No, podrían ser todos los múltiplos de 42.

Debates en vaivén

- **Conversen** entre todos sobre el procedimiento que utilizarían para encontrar el valor de un segmento a partir de la relación que tiene con otros dos.
- **Escriban** sus conclusiones en la carpeta.

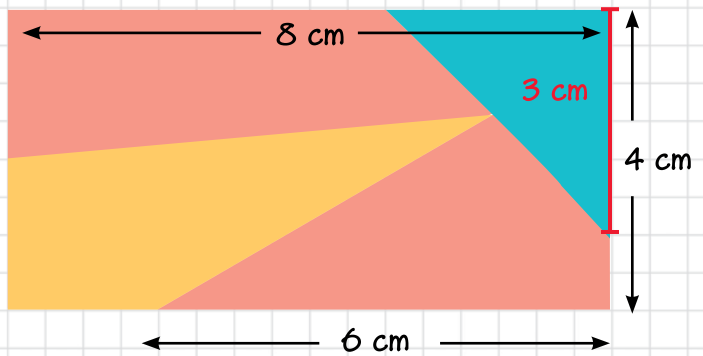
Producción personal.

Hago mis cuentas

En estas páginas se trabajará la proporcionalidad directa con números fraccionarios. Se sugiere al docente que revise lo visto en años anteriores, relacionado con este contenido, antes de abordar los ejercicios. También las propiedades de invariancia con respecto a la suma y resta de magnitudes directamente proporcionales entre sí y la multiplicación y división de ellas por un número.
En la actividad 1: es posible que los alumnos le sumen 4 cm también a la altura del rectángulo. De esta manera el rectángulo no mantiene las mismas proporciones. El docente les tendrá que hacer notar a los alumnos que en el rectángulo original la altura representa la mitad de la base, pero si suman 4 cm a la base y 4 cm a la altura esta proporción se pierde. La conclusión al finalizar la resolución del ejercicio debería ser que, para mantener la forma, los aumentos o disminuciones deben ser proporcionales.

Las fracciones y la proporcionalidad directa

1. **Observá** este rompecabezas, **leé** las consignas y **resolvé** en tu carpeta.
Se lo quiere ampliar de manera que la base del rectángulo pase a medir 12 cm y no se pierda la forma original.



a. **Construí** en tu carpeta el nuevo modelo.
Producción personal.

b. ¿Cuál es ahora la medida de la altura del rectángulo?
6 cm

c. **Escribí** la medida de cada parte en tu figura. Toda la figura aumentará proporcionalmente, con una constante de 1,5 o $\frac{3}{2}$. En el rectángulo que construirán los alumnos, la base medirá 12 cm. La altura, 6 cm. El que media 2 cm, ahora será de 3 cm. El que media 6 cm ahora será de 9 cm.

d. Si se fabricara un nuevo rompecabezas más chico, en el que la pieza roja cuya base mide 6 cm midiera ahora 1,5 cm, ¿cuáles serían las otras medidas?

MEDIDA DEL SEGMENTO ORIGINAL (cm)	8	6	3	2	1
MEDIDA DEL NUEVO SEGMENTO	$\frac{8}{4} = 2$	1,5	$\frac{3}{4} = 0{,}75$	$\frac{2}{4} = 0{,}5$	$\frac{1}{4} = 0{,}25$

e. ¿Y si se ampliara de tal manera que la pieza naranja, cuyo lado mide 2 cm, midiera ahora 3 cm más?

$\frac{40}{2} = 20$	$\frac{30}{2} = 15$	$3 \times \frac{5}{2} = \frac{15}{2} = 7{,}5$	5	2,5

Trabajar solo

Se espera que puedan argumentar haciendo uso de las propiedades de la proporcionalidad directa.

- ¿Cómo calcularías la medida del segmento señalado con rojo en la imagen si la altura del rectángulo que originalmente era de 4 cm, pasara a medir 8 cm, 2 cm, 6 cm, 1 cm y 10 cm? **Organizá** la información en una tabla. Producción personal.

2. **Realizá** en tu carpeta una tabla que muestre las respuestas a este problema. **Explicá** cómo lo pensaste.

Para la fiesta de cumpleaños de Ramiro, el papá va a preparar un asado. Calcula que una persona come $\frac{1}{2}$ kg de carne, $\frac{1}{8}$ kg de pan y bebe $\frac{3}{4}$ litros de jugo.

a. ¿Cuánto habrá que comprar de cada cosa si se esperan 10 personas? ¿Y si fueran 8 los invitados? ¿Y 18?

Para realizar la tabla hay que multiplicar la cantidad de cada alimento por la cantidad de personas. Por ejemplo, para 10 personas habrá que comprar 5 kg de carne, 1,25 kg de pan y 7,5 l de jugo.

b. Con $5\frac{1}{2}$ kg de carne, ¿alcanzará para darle de comer a 12 invitados?

No, se necesitan 6 kg.

c. Si se compraron $2\frac{1}{4}$ kg de pan, ¿cuántos invitados se espera?

18 invitados.

Hago mis cuentas

En esta página se van a resolver problemas de proporcionalidad directa utilizando tablas y propiedades.

3. **Completá** las siguientes tablas teniendo en cuenta la información en cada caso.

a. Por cada 2 invitados se calcula $\frac{1}{8}$ kg de torta.

CANTIDAD DE INVITADOS	2	4	5	6	8	10	15
CANTIDAD DE TORTA (KG)	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{8}+\frac{1}{16}=\frac{5}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}+\frac{5}{16}=\frac{15}{16}$

b. Por cada 4 invitados se calcula $\frac{1}{4}$ kg de mayonesa.

CANTIDAD DE INVITADOS	2	4	5	6	8	10	18
CANTIDAD DE MAYONESA (KG)	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{8}+\frac{1}{16}=\frac{5}{16}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$ o $\frac{1}{2}$	$\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$	$\frac{18}{16}=\frac{9}{8}=1\frac{1}{8}$

c. Por cada $\frac{1}{4}$ de paquete de gelatina, hay que agregar $\frac{1}{2}$ litro de agua.

CANTIDAD DE POLVO	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$
CANTIDAD DE AGUA (L)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$ o $\frac{6}{4}$	$2\frac{1}{4}$ o $2\frac{2}{8}$	$\frac{3}{4}$ o $\frac{6}{8}$	$\frac{1}{8}$ o $\frac{2}{16}$	$\frac{3}{8}$ o $\frac{6}{16}$

Debates en vaivén

- **Debatan** entre todos qué propiedades se verifican en las tablas que completaron en estas páginas. Producción personal.

Conjunto de números fraccionarios

Hago mis cuentas

En estas páginas se trabajarán el orden, densidad y ubicación de números racionales en la recta numérica. El docente deberá repasar el concepto de fracciones equivalentes, necesario para resolver los ejercicios de estas páginas. Después de resolver el ejercicio 1, el docente podría preguntar cuál es la mayor cantidad de números que se pueden encontrar entre $\frac{2}{9}$ y $\frac{3}{6}$. Luego de una puesta en común, se espera que los alumnos lleguen a la conclusión de que entre dos números naturales pueden hallar tantos números racionales como quieran y, de esta forma, construir el concepto de densidad de los números racionales.

1. **Discutan** y **respondan**.

a. ¿Es cierto que $\frac{5}{9}$ se encuentra entre $\frac{2}{9}$ y $\frac{3}{6}$?

No, $\frac{5}{9}$ es mayor que $\frac{3}{6}$.

b. ¿Cuántas fracciones con denominador 18 se encuentran entre las anteriores?

Hay 4: $\frac{5}{18}$, $\frac{6}{18}$, $\frac{7}{18}$ y $\frac{8}{18}$.

- **Escribí** todas las fracciones que haya con denominador 9.

$\frac{3}{9}$ y $\frac{4}{9}$.

c. Candela dice que entre $\frac{2}{9}$ y $\frac{3}{6}$ existen 6 fracciones con denominador 36 y el doble con denominador 72. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

No es cierto lo que dice Candela, con denominador 36 hay nueve fracciones: $\frac{9}{36}$, $\frac{10}{36}$, $\frac{11}{36}$, $\frac{12}{36}$, $\frac{13}{36}$, $\frac{14}{36}$, $\frac{15}{36}$, $\frac{16}{36}$, $\frac{17}{36}$. Y con denominador 72 hay 19 fracciones (desde $\frac{17}{72}$ hasta $\frac{35}{72}$ inclusive).

d. ¿Podrías decir cuál es el numerador de la fracción que tiene denominador 72 y se encuentra a igual distancia entre las fracciones $\frac{2}{9}$ y $\frac{3}{6}$?

$\frac{26}{72}$

2. **Completá** el casillero con una fracción que se encuentre entre las dadas y tenga el denominador indicado.

Hay varias posibilidades en cada caso. A modo de ejemplo:

a. $\frac{1}{2}$ $\boxed{\frac{5}{2}}$ $\frac{12}{4}$

b. $\frac{1}{2}$ $\boxed{\frac{11}{4}}$ $\frac{12}{4}$

c. $\frac{1}{2}$ $\boxed{\frac{5}{8}}$ $\frac{12}{4}$

d. $\frac{1}{2}$ $\boxed{\frac{35}{12}}$ $\frac{12}{4}$

e. $\frac{1}{2}$ $\boxed{\frac{9}{16}}$ $\frac{12}{4}$

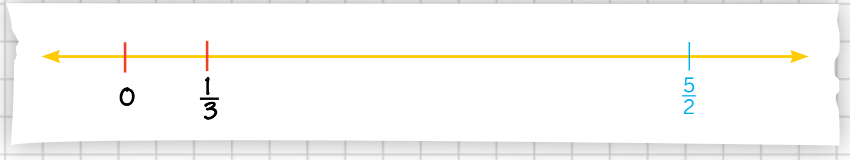
f. $\frac{1}{2}$ $\boxed{\frac{19}{32}}$ $\frac{12}{4}$

3. **Encerrá** en cada caso la o las fracciones que no se encuentran entre las dadas.

a. Entre $\frac{2}{5}$ y $\frac{5}{2}$. $\frac{5}{10}$ $\frac{26}{10}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{24}{10}$

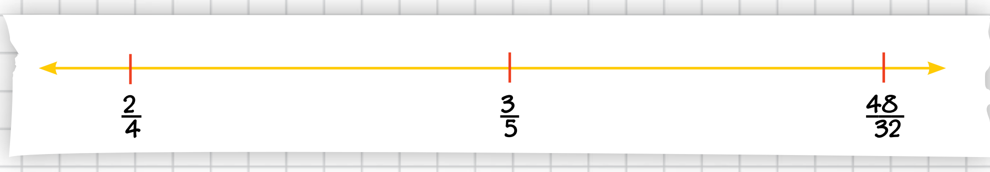
b. Entre $\frac{7}{4}$ y $\frac{4}{7}$. $\frac{15}{28}$ $\frac{35}{28}$ $\frac{40}{28}$ $\frac{50}{28}$

4. **Ubicá** $\frac{5}{2}$ en la siguiente recta.



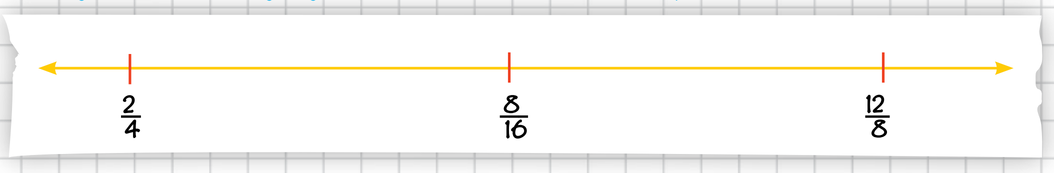
5. **Señalá** el error en las siguientes rectas. Luego, **ubicá** las fracciones en el lugar correcto.

a.



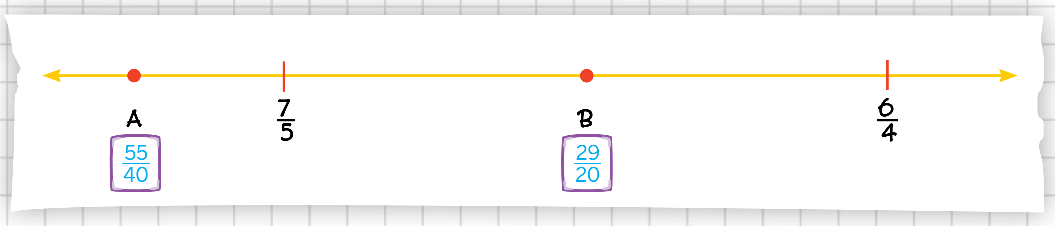
El error es $\frac{3}{5}$. En ese lugar está $\frac{5}{5}$. El $\frac{3}{5}$ debería estar ubicado más cerca del $\frac{2}{4}$.

b.



El error es que $\frac{8}{16}$ es equivalente a $\frac{2}{4}$. En consecuencia, deben ocupar el mismo lugar en la recta.

6. ¿Qué números representan A y B en la siguiente recta? **Completá** los casilleros vacíos.



En ambos casos, son respuestas correctas todas las equivalentes con ellas.

7. **Escribí** si es posible una fracción con las siguientes condiciones.

a. Denominador 8, entre $\frac{1}{2}$ y 1. La respuesta puede ser $\frac{5}{8}$; $\frac{6}{8}$ o $\frac{7}{8}$.

b. Denominador 6, entre $\frac{3}{4}$ y 1. No hay.

c. Denominador 7, entre 1 y $\frac{6}{5}$. $\frac{8}{7}$

- **Compartí** con tus compañeros cómo hacés para ubicar fracciones entre otras dos.

Producción personal.

Hago mis cuentas

El docente puede sugerirles a los alumnos que antes de ubicar $\frac{5}{2}$ en la recta numérica ubiquen el entero.

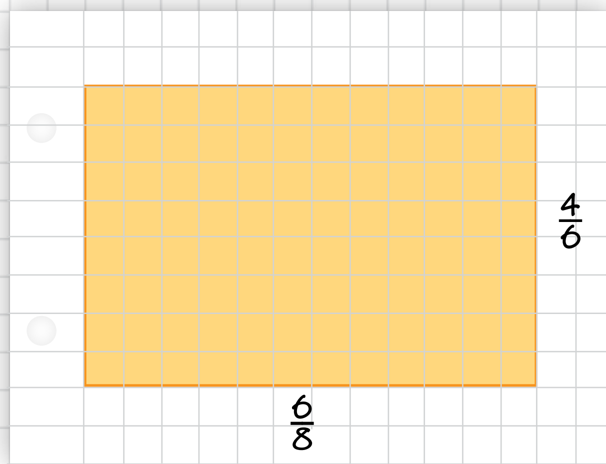
Los alumnos deben buscar fracciones equivalentes con el mismo denominador para resolver el ejercicio. Se recomienda que primero simplifiquen las fracciones que se puedan simplificar.

Multiplicación de fracciones

Hago mis cuentas

Se espera que los alumnos dividan el rectángulo y la hoja de forma que queden representados los octavos del ancho y los sextos del alto. De esa forma pueden verificar que la parte naranja tiene 24 divisiones y la hoja, en total, 48. Deberían llegar a la conclusión de que la parte pintada es $\frac{24}{48}$ del total y, por lo tanto, el numerador se obtiene multiplicando los numeradores y el denominador, multiplicando los denominadores.

1. **Observá** la imagen y, si lo necesitás, **ayudate** con la información de la sección "Cómo..." de la página 67 para responder.
Constanza tiene que calcular el área de la superficie que ocupa la imagen en su hoja de dibujo.



a. ¿Qué parte de la hoja de dibujo ocupa la imagen? ¿Cómo lo averiguaste?

$\frac{24}{48}$. Producción personal.

b. ¿Qué parte de la hoja queda sin ocupar?

$\frac{24}{48}$

2. **Resolvé** en tu carpeta. **Escribí** cómo pensaste cada resolución.

a. Nicolás está diagramando la portada de la revista de la escuela. Si sabe que en ella habrá una foto rectangular que ocupa $\frac{7}{9}$ del ancho de la portada y $\frac{5}{7}$ de su alto, ¿cuánto espacio le quedará para los títulos? $\frac{28}{63}$ es el espacio que le queda.

b. Juan Pedro tiene que pegar veinte figuritas en cada hoja de su álbum. Si cada figurita mide $\frac{2}{12}$ de ancho y $\frac{4}{20}$ de alto, ¿qué superficie de la hoja le quedará sin cubrir? $\frac{1}{3}$ es lo que queda sin cubrir.

Teoría

El **producto** de dos o más fracciones es otra fracción cuyo numerador es el producto entre los numeradores y el denominador es el producto entre los denominadores.

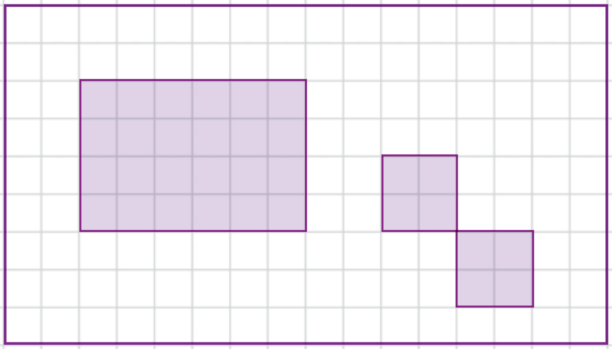
Por ejemplo:

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{6} = \frac{3 \times 4}{4 \times 6} = \frac{12}{30}$$

3. **Completá** la tabla donde se relacionan las medidas de unas fotos rectangulares y el área de cada una.

ANCHO	$\frac{1}{3}$	$\frac{21}{9}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$
ALTO	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{9}{3}$ o $\frac{6}{2}$	$\frac{56}{9}$	$\frac{5}{6}$
ÁREA	$\frac{5}{27}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{25}{48}$

4. **Indicá** qué fracción del rectángulo quedó sin sombrear.



$\frac{112}{144}$ o $\frac{7}{9}$.

5. **Agregá** los factores que verifican la igualdad.

$\frac{1}{7} \times \underline{\;7\;} = 1$

$\frac{2}{9} \times \underline{\;\frac{9}{2}\;} = 1$

$\frac{5}{8} \times \underline{\;\frac{16}{5}\;} = 2$

$\frac{6}{9} \times \underline{\;\frac{18}{6}\;} = 2$

$\frac{3}{5} \times \underline{\;\frac{25}{3}\;} = 5$

$\frac{9}{23} \times \underline{\;\frac{230}{9}\;} = 10$

6. **Encontrá** el número por el que hay que multiplicar $\frac{63}{8}$ para obtener $\frac{9}{4}$.

$\frac{2}{7}$

7. **Indicá** con verdadero (V) o falso (F). **Justificá** tu respuesta explicándole a un compañero cómo lo pensaste.

F Al multiplicar $\frac{1}{3}$ por $\frac{21}{2}$ se obtiene $\frac{7}{6}$. Se obtiene $\frac{7}{2}$.

Hago mis cuentas

Para completar la tabla en los casilleros en los que falta el ancho o el alto, se sugiere que el docente proponga a los alumnos buscar fracciones equivalentes con un denominador conveniente y que encuentren una fracción que multiplicada por la que tienen como dato les dé el área. La misma estrategia se puede utilizar para resolver los ejercicios 5 y 6.

Hago mis cuentas

Se sugiere que el docente trabaje el concepto de inverso multiplicativo y qué números (y en qué conjuntos) tienen o no inverso multiplicativo.

Multiplicación y división de fracciones

1. **Completá** la tabla con las alturas de diferentes rectángulos de manera que su área sea siempre de 1 m².

BASE (EN M)	$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{6}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{18}{12}$	$\frac{27}{18}$	$\frac{40}{100}$
ALTURA (EN M)	4	$\frac{6}{9}$	$\frac{10}{4}$	$\frac{12}{18}$	$\frac{18}{27}$	$\frac{100}{40}$
ÁREA (EN M²)	1	1	1	1	1	1

Si es necesario leé la información que aparece en la sección "Cómo..." de la página 67.

2. **Leé** lo que dice cada chica y luego **respondé** en tu carpeta.

Leti
Siempre es posible hallar dos números que al multiplicarlos den por resultado 1.

Constanza
Eso no es cierto, porque si se trata de un número natural, esto no es posible.

a. ¿Cuál de las chicas tiene razón? ¿Por qué?

Tiene razón Leti. Porque siempre se puede multiplicar por el inverso multiplicativo.

b. ¿Podrías modificar la frase de la chica que está equivocada para que sea verdadera? ¿Qué le cambiarías?

Esta frase sería verdadera solo en el caso de tratarse de 2 números naturales.

3. **Calculá** el área del rectángulo, usando la unidad indicada.

Entran 3 de alto y 4 de ancho.

Se sugiere al docente que les recuerde a los alumnos que para multiplicar fracciones es conveniente que escriban los números mixtos como fracciones impropias.

4. **Resolvé** en tu carpeta cada una de las situaciones planteadas.

a. **Calculá** el área de un rectángulo que tiene $4\frac{1}{5}$ m de ancho y $6\frac{2}{7}$ m de largo.

$26\frac{2}{5}$ m²

b. Si se sabe que el área de un rectángulo es $\frac{9}{36}$ m², ¿cuál podría ser la medida de sus lados?

Existen infinitas respuestas.

5. **Realizá** los cálculos que necesites y **respondé**.

Se quiere servir café durante la feria de ciencias de la escuela. El termo tiene una capacidad de $5\frac{3}{4}$ l.

a. ¿Cuántos vasos de $\frac{1}{8}$ l se pueden llenar? 46

b. ¿Cuántas vasos de $\frac{1}{4}$ l? 23

c. ¿Cuántas tazas de $\frac{1}{2}$ l? 11 y sobra $\frac{1}{4}$ l.

d. Si ya se sirvieron $2\frac{1}{4}$ litros, ¿cuántos vasos de $\frac{1}{8}$ l se sirvieron? ¿Y cuántos se pueden llenar con lo que queda? 18; 28.

6. **Encontrá** el valor del espesor de cada una de las 5 revistas iguales si al apilarlas alcanzan una altura de $\frac{25}{7}$ cm. **Explicá** cómo lo pensaste.

$\frac{5}{7}$ cm. La explicación es producción personal.

7. **Resolvé** en tu carpeta.

a. Si la altura de una caja es de $\frac{33}{6}$ cm y se quiere reducir a un tercio, ¿cuál será su altura final?

$\frac{11}{6}$ cm

b. ¿Cuántas veces entra la fracción $\frac{2}{9}$ en $\frac{8}{3}$? ¿Y $\frac{3}{16}$ en $\frac{9}{4}$? ¿Y $\frac{4}{20}$ en $\frac{12}{5}$?

Todas esas fracciones entran 12 veces en las otras.

- ¿Es posible escribir más cálculos para obtener los mismos resultados? Si opinás que sí, **escribí** uno. Si opinás que no, **explicá** por qué.

Sí, es posible. Son infinitas las combinaciones.

c. Nicolás debe llenar 25 vasos de $\frac{1}{8}$ l, ¿cuántas botellas de $2\frac{1}{4}$ litros deberá comprar?

2

8. **Resolvé** las siguientes divisiones. Luego, **compará** tu procedimiento con el de tus compañeros.

a. $\frac{12}{4} : \frac{2}{4} =$ 6

b. $\frac{15}{6} : \frac{5}{3} =$ $\frac{3}{2}$

Teoría

Para **dividir** dos fracciones, se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda.

Por ejemplo: $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} \longrightarrow \frac{2}{3} \times \frac{6}{1}$

$\frac{2}{3} \times \frac{6}{1} = \frac{2 \times 6}{3 \times 1} = \frac{12}{3} = 4$

Hago mis cuentas

Se espera que los alumnos busquen fracciones equivalentes con el mismo denominador para poder realizar las divisiones.

Problemas que son emblema

1. **Resolvé** los problemas en tu carpeta y **explicá** cómo los pensaste.

a. En un terreno se piensa construir una casa que tiene una forma rectangular. El frente ocupa $\frac{3}{6}$ m del frente del terreno y el fondo $\frac{4}{5}$ m del mismo. ¿Qué parte del terreno queda cubierta?

$\frac{2}{5}$ m²

- ¿Qué parte queda sin cubrir?

$\frac{9}{15}$ m²

b. Se sabe que la superficie de un terreno ocupa $\frac{5}{9}$ de una manzana que tiene 100 m de lado, ¿cuál puede ser la medida del frente y del fondo, sabiendo que tiene forma de rectángulo?

Existen muchas respuestas posibles. Una de ellas $\frac{1}{3} \times \frac{5}{3}$.

- ¿Cuál es la superficie de la manzana que ocupan los demás lotes?

$\frac{4}{9}$ m²

c. Ayer se reunieron Candela y sus 8 amigos en su casa para hacer la tarea. Si con una botella de $2\frac{1}{4}$ l alcanzaron a llenar hasta el borde todos los vasos, ¿qué capacidad tenían los vasos?

$\frac{1}{4}$ l

2. **Encontrá** una fracción que multiplicada por $\frac{3}{7}$...

a. sea igual a 1. $\boxed{\frac{7}{3}}$

b. sea igual a 2. $\boxed{\frac{14}{3}}$

c. sea igual a 10. $\boxed{\frac{70}{3}}$

3. En una dietética quieren compran bolsas de $\frac{30}{6}$ kg de copos de maíz y fraccionarlos en bolsas de $\frac{1}{4}$ kg para la venta. ¿Cuántas bolsas podrán armar?

20

4. **Respondé** y luego **explicale** a un compañero cómo pensaste cada respuesta.

a. ¿Qué fracción es la tercera parte de un cuarto? ¿Y la cuarta parte de $\frac{1}{3}$?

$\frac{1}{12}$; $\frac{1}{12}$

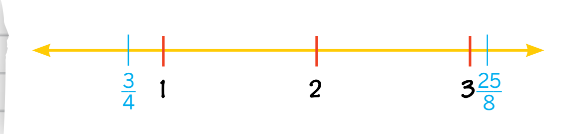
b. ¿Qué fracción es un $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$? ¿Y $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$?

$\frac{1}{12}$; $\frac{1}{12}$

c. ¿Será lo mismo $\frac{1}{6}$ de $\frac{1}{2}$ que $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{6}$?

Sí.

5. **Ubicá** $\frac{3}{4}$ y $\frac{25}{8}$ en la siguiente recta numérica.



6. **Resolvé** explicando cómo pensaste.

El segmento C mide 1 cm y entra un número exacto de veces en A y en B. **Calculá** cuál es la longitud de ambos segmentos, sabiendo que tres segmentos A tienen igual longitud que cuatro segmentos B.

Hay muchas opciones, por ejemplo, A = 4 cm y B = 3 cm.

7. **Completá** cada casillero con la fracción que haga verdadera la igualdad.

a. $\frac{7}{4} \times \boxed{\frac{4}{7}} = 1$

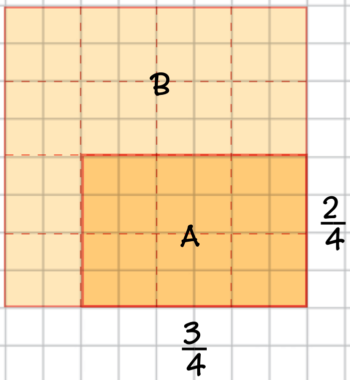
b. $\frac{2}{9} \times \frac{4}{5} = \boxed{\frac{8}{45}}$

c. $\frac{2}{3} : \boxed{\frac{8}{9}} = \frac{3}{4}$

multiplicar y dividir fracciones?

Al **multiplicar fracciones**, podemos imaginarnos un rectángulo que tenga fracciones como medidas de sus lados. Como sabemos, al multiplicar los lados obtendremos el área de esa figura. En el caso particular de la multiplicación de fracciones, nos sirve pensar ese rectángulo dentro del entero al que pertenece. El dibujarlo en hoja cuadriculada nos ayuda a visualizar la relación que existe entre el área del rectángulo total y la del que se está calculando.

Por ejemplo:



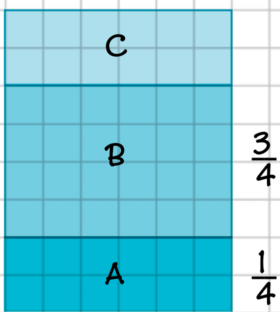
Para calcular el área del rectángulo A, tomamos el lado que mide $\frac{3}{4}$ del lado del cuadrado B y el que mide $\frac{2}{4}$ del otro lado. Luego, hacemos:

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 4} = \frac{6}{16}$$

Como podemos ver, el área del rectángulo A es $\frac{6}{16}$ del área del cuadrado, porque el cuadrado total se encuentra dividido en 16 partes iguales y el rectángulo A ocupa solo 6 de esas 16 partes.

Si necesitáramos **dividir fracciones** podríamos pensarlo como calcular una parte de otra; en este caso, una parte de la altura del siguiente rectángulo. Para saber cuánto mide el lado del rectángulo A, podemos pensar en calcular $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$. Al hacerlo, estamos haciendo lo mismo que al pensarlo como la tercera parte de $\frac{3}{4}$. Es decir, hacer:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{4} : 3$$



Es por esto que podemos decir que al dividir dos fracciones, podemos pensar en multiplicar por su opuesto.

1. **Calculá** en tu carpeta.

a. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{18}$

b. $\frac{1}{9} : 2 = \frac{1}{18}$

c. $\frac{12}{5} : \frac{4}{3} = \frac{9}{5}$

El medallero

Autoevaluación en clase

Cada respuesta correcta vale **20 puntos**

BRONCE	PLATA	ORO
100 puntos	120 puntos	140 puntos

1

Señalá con un ✓ cuánto medirá el entero si el siguiente segmento representa $\frac{1}{100}$ de él.

- [ ] 15 cm
- [x] 150 cm
- [ ] 1.500 cm
- [ ] 0,15 cm

Puntaje verificado: ___ pts.

2

Encerrá la respuesta correcta.

¿Cuántas veces cabe $\frac{2}{9}$ en $\frac{2}{3}$?

1 2 3

Puntaje verificado: ___ pts.

3

Tachá las respuestas incorrectas.

- $\frac{2}{3} : \frac{1}{4} =$ $\frac{8}{3}$ $\cancel{\frac{3}{8}}$ $\cancel{\frac{6}{4}}$
- $\frac{1}{2} \times \frac{5}{3} =$ $\cancel{\frac{4}{5}}$ $\frac{5}{6}$ $\cancel{2}$

Puntaje verificado: ___ pts.

4

Encontrá y **escribí** cuántas fracciones con denominador 5 hay entre $\frac{2}{4}$ y $\frac{7}{9}$.

1 sola: $\frac{3}{5}$.

Puntaje verificado: ___ pts.

5

Indicá con verdadero (V) o falso (F).

V En $\frac{1}{2}$ l entran 5 décimos de litro.

F En $\frac{1}{4}$ l entran $\frac{10}{100}$ de litro.

Puntaje verificado: ___ pts.

6

Corregí esta oración para que sea cierta.

En medio día hay 10 medias horas y 48 tres cuartos de hora.

Hay 24 medias horas y 48 cuartos de hora.

Puntaje verificado: ___ pts.

7

Escribí la fracción que resuelva este problema.

Euge necesitó $\frac{1}{4}$ l de crema para preparar cada piso de una torta. Si tenía 3 pisos, ¿qué parte del litro utilizó? $\frac{3}{4}$ l

Puntaje verificado: ___ pts.

Mi puntaje total: ___ ___ ___ puntos.

Escribí tu nombre bajo la medalla que ganaste. Si no obtuviste ninguna, revisá el capítulo.

ALUMNO	VUELTAS AL CIRCUITO	DISTANCIA RECORRIDA	POSICIÓN
BRITES, Ramiro	$3\frac{1}{5}$	344,16	6
BALLESTO, Theo	3,5	376,425	3
D'ADDONA, Bautista	$3\frac{3}{4}$	403,3125	1
PÉREZ, Juan Pedro	3,65	392,5575	2
ROCA, Sergio	$3\frac{1}{8}$	336,09375	7
SILVA, Nicolás	3,2	354,915	5
VALDÉZ, Mateo	$\frac{17}{5}$	365,67	4

Actividades

1. La profesora de Educación Física de la escuela armó una competencia de resistencia que consistió en recorrer un circuito de 107,55 m. **Calculen** la distancia que recorrió cada chico, **completen** el cuadro y **averigüen** quién ganó.

Ganó D'ADDONA, Bautista.

2. **Compartan** entre todos cómo lo pensaron y qué cálculos hicieron. ¿Obtuvieron las mismas respuestas?

Producción personal.

3. ¿Quién fue el que recorrió mayor distancia? ¿Y quién fue el que menos distancia recorrió?

D'ADDONA, Bautista recorrió mayor distancia y ROCA, Sergio recorrió la menor distancia.

➡ En este capítulo: **NÚMEROS RACIONALES II** • **R**elaciones entre expresiones fraccionarias y decimales • **O**rden y representación en la recta de expresiones decimales • **D**ensidad de números decimales • **C**álculos con expresiones decimales

6 Números racionales II

> **Escribí** en letras las distancias recorridas por los corredores.

Cuatrocientos tres enteros y tres mil ciento veinticinco diezmilésimos - Trescientos noventa y dos enteros y cinco mil quinientos setenta y cinco diezmilésimos - Trescientos setenta y seis enteros y cuatrocientos veinticinco milésimos - Trescientos sesenta y cinco enteros y sesenta y siete centésimos - Trescientos cincuenta y cuatro enteros y novecientos quince milésimos - Trescientos cuarenta y cuatro enteros y dieciséis centésimos.

> **Calculen** cuántos metros de ventaja tiene el chico que ocupó la primera posición con relación al que ocupó la última.

67, 21875 m

Expresiones fraccionarias y decimales

Hago mis cuentas

En estas actividades se plantea el vínculo con el sistema monetario, que los alumnos dominan a diario, como apoyatura para la resolución de las divisiones por la unidad seguida de ceros, que dará como resultado las expresiones decimales.

1. **Resolvé** cada una de las siguientes situaciones demostrando cómo las pensaste.

a. Juan Cruz compró en oferta 100 figuritas iguales y las pagó \$ 10 en total. Cuando su mamá le preguntó cuánto pagó cada una, le respondió \$ 1. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

No es correcta la respuesta. Pagó \$ 0,10 cada figurita.

b. En la alcancía de la hermana de Candela entran solo monedas pequeñas, colocó 10 monedas iguales que sumaron \$ 1 en total.

- ¿Cuál es el valor de las monedas? \$ 0,10
- ¿Cuántas monedas de ese mismo valor tendría que poner en la alcancía si quisiera guardar \$ 7? 70

2. **Calculá** el resultado de repartir \$ 1 en partes iguales y sin que sobre nada.

a. Entre 2 chicos. \$ 0,50

b. Entre 5 chicos. \$ 0,20

c. Entre 10 chicos. \$ 0,10

d. Entre 20 chicos. \$ 0,05

e. Entre 50 chicos. \$ 0,02

f. Entre 100 chicos. \$ 0,01

3. **Completá** la tabla luego de calcular la parte que le correspondería a cada chico si se repartiera el dinero en partes iguales.

CANTIDAD DE DINERO A REPARTIR	CANTIDAD DE CHICOS		
	10	100	1.000
\$ 3	0,3	0,03	0,003
\$ 79	7,9	0,79	0,079
\$ 257	25,7	2,57	0,257

4. Tres chicos no pueden ponerse de acuerdo. **Leé** lo que dice cada uno, luego **decidí** quién tiene razón y **explicá** en tu carpeta por qué.

Sergio.— El resultado de repartir \$ 1 entre 5 chicos es $\frac{1}{5}$.

María Eugenia.— No, es \$ 0,20.

Lorena.— Para mí es \$ 0,2.

Los tres tienen razón, porque son expresiones equivalentes.

Hago mis cuentas

5. **Pintá** de un mismo color las expresiones equivalentes en cada caso.

a. 0,8 | $\frac{8}{10}$ | $\frac{8}{100}$ | 0,0008 | ocho décimos

b. $\frac{3}{10}$ | 0,003 | tres centésimos | 0,3 | 0,30

6. **Expresá** como número decimal las siguientes fracciones y **explicá** cómo pensaste en cada caso.

$\frac{6}{10}$ | $\frac{6}{3}$ | $\frac{6}{2}$ | $\frac{6}{5}$ | $\frac{6}{7}$

0,6 | 2 | 3 | 1,2 | 0,8571428571

- **Encerrá** las fracciones en las que el resultado es un número entero.

7. **Encontrá**, sin escribir la cuenta, la expresión decimal que le corresponde a las siguientes fracciones.

Se busca con esta actividad plantear el sentido de "correr la coma", estableciendo la relación con la división por la unidad seguida de ceros.

a. $\frac{2}{10}$ = 0,2

b. $\frac{55}{10}$ = 5,5

c. $\frac{2}{100}$ = 0,02

d. $\frac{55}{100}$ = 0,55

e. $\frac{2}{1.000}$ = 0,002

f. $\frac{55}{1.000}$ = 0,055

8. **Completá** con verdadero (V) o falso (F) según corresponda. **Explicá** tu decisión en cada caso.

V **a.** Al buscar la escritura decimal de $\frac{5}{9}$, la cuenta de dividir no termina nunca.

F **b.** El desarrollo decimal de $\frac{5}{9}$ tiene solo 10 cifras decimales.

V **c.** Las primeras nueve cifras decimales de $\frac{5}{9}$ son iguales.

Teoría

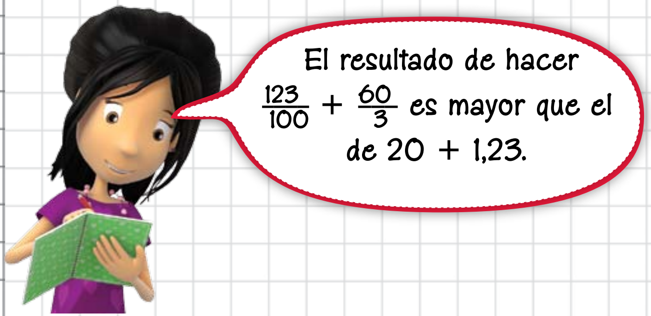
Cuando pasamos una fracción decimal a su expresión decimal, obtenemos una cantidad finita de dígitos después de la coma. Esa cantidad coincidirá con la cantidad de ceros que aparezcan en el denominador de la fracción.
En cambio, una fracción que no puede expresarse como fracción decimal tendrá infinita cantidad de dígitos al expresarse como número decimal. Si alguna de esas cifras se repite, la **expresión decimal** recibe el nombre de **periódica** y se indica: $\frac{2}{3} = 0,\overset{\frown}{6}$; $\frac{12}{11} = 1,\overset{\frown}{09}$.

Hago mis cuentas

Descomponer las expresiones decimales de diferentes maneras permite desarrollar cálculos mentales más ágiles en los niños.

Orden y representación en la recta

1. Leé lo que dice la chica y **respondé**.



- ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

No es correcto. Porque ambas expresiones son equivalentes.

2. Realizá los cálculos y **escribí** >, < o = .

a. $153 + \frac{75}{100}$ $\boxed{=}$ $\frac{15.375}{100}$

b. $14{,}9 + \frac{8}{1.000} + \frac{27}{10}$ $\boxed{<}$ 17,68

c. 35,7 $\boxed{>}$ $\frac{35}{7}$

d. $\frac{1}{4} \times 7$ $\boxed{<}$ 2,6

e. $7{,}5 \times \frac{2}{10}$ $\boxed{<}$ 1,6

f. $2{,}4 \times \frac{7}{5}$ $\boxed{=}$ $\frac{84}{25}$

3. Señalá con un ✓ las expresiones equivalentes.

a. $84 + 5 \times \frac{5}{100}$ ○ $\frac{8.425}{1.000}$ ✓ $\frac{842}{10} + \frac{5}{100}$ ○ $\frac{842}{100} + \frac{5}{10}$

b. $\frac{345}{1.000} + 3 \times \frac{30}{2}$ ○ $\frac{453}{10} + \frac{4}{10} + \frac{5}{10}$ ✓ $\frac{4.534}{100} + \frac{5}{1.000}$

4. Analizá cuál de los dos chicos tiene razón y **explicale** a un compañero por qué. Nicolás dice que 7,78 es menor que 7,8. Constanza dice que no es cierto, porque 7,78 tiene más lugares detrás de la coma y, en consecuencia, es mayor que 7,8.

Tiene razón Nicolás.

Para la actividad 5, el docente puede sugerirle a sus alumnos, buscar expresiones decimales que posean igual cantidad de cifras luego de la coma, para facilitar el orden o comparación de cantidades, ya que suelen ser un aspecto difícil para los chicos.

5. Determiná qué expresión es mayor en cada caso. **Justificá** tu respuesta.

a. 76,5 | 76,05 | 76,0050 — 76,5

b. 23,45 | 23,0045 | 23,4005 — 23,45

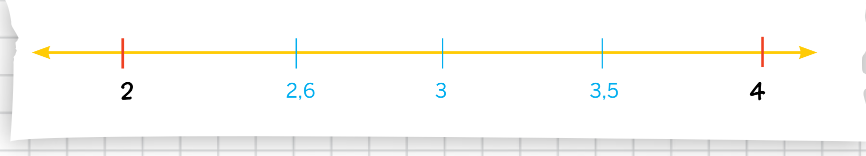
c. 0,953 | nueve enteros y cinco décimos | novecientos cincuenta y tres centésimos

novecientos cincuenta y tres centésimos

Trabajar solo

- **Escribí** una expresión decimal menor que 12,456 y otra mayor que 0,003.
  En esta actividad las soluciones son infinitas.
- **Escribí** una expresión decimal entre 8,049 y 8,129.
  Producción personal.

6. **Ubicá** los siguientes números en la recta numérica: 3,5 y 2,6.

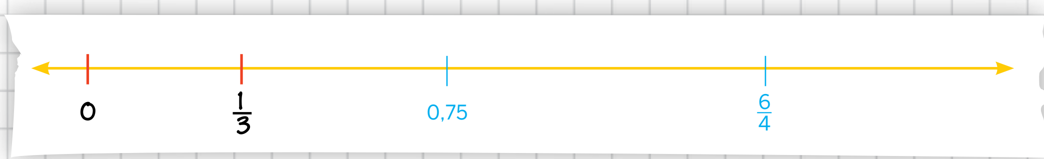


Hago mis cuentas

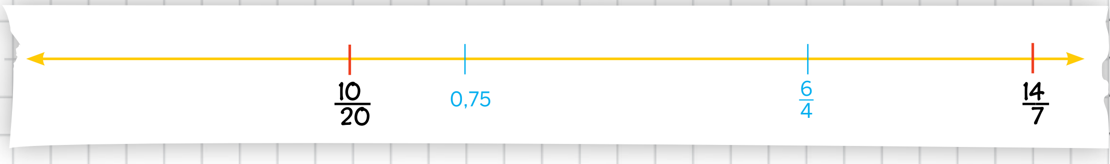
Se sugiere trabajar con los alumnos la relación entre fracciones de diferente denominador y las expresiones decimales presentes en las rectas, de manera de que, les resulten más fáciles las ubicaciones de las mismas, quizás buscando expresiones decimales, o buscando relación con el entero o el cero, etc.

7. **Marcá** el punto donde ubicarías $\frac{6}{4}$ y 0,75 en las siguientes rectas.

a.



b.



8. **Respondé** las preguntas justificando tus respuestas.

a. ¿Cuál es mayor, 0,5555 o 0,6?

0,6

b. ¿Cuál es mayor, 0,5555 o 0,5?

0,5555

c. ¿Cuál es mayor, 0,5555 o 0,55?

0,5555

9. **Ordená** de menor a mayor los siguientes números.

9,450 | 9,5 | 9,045 | 9,405 | 9,4

9,045 - 9,4 - 9,405 - 9,450 - 9,5

10. **Sumale** un número a los dados de manera tal que se conserve la relación indicada.

a. 7,998 + $\boxed{0,0001}$ < 7,999

b. 2,4 + $\boxed{0,09}$ < 2,499

c. 6,0077 + $\boxed{0,0001}$ < 6,008

Los números agregados son solo algunos de las infinitas soluciones posibles.

Densidad de números decimales

Hago mis cuentas

Se sugiere relacionar estas actividades con lo abordado en el ámbito de las fracciones en el capítulo 5, página 60 para abonar a la idea de densidad con números racionales, un aspecto que suele traer dificultades por plantear rupturas respecto de los números enteros.

1. **Conversá** con un compañero si estás de acuerdo con lo que escribió Juan Pedro.

Entre $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{4}$ hay solo cuatro números.

- **Justificá** tu respuesta. **Escribí** algunos ejemplos.

No es cierto, hay infinitos. Juan Pedro puede estar pensando en 0,21 – 0,22 – 0,23 – 0,24, pero también se puede ampliar a los milésimos, por ejemplo 0,201.

2. **Escribí**, si es posible, un número que se encuentre entre 7,5 y 7,6. Si no es posible, **explicá** por qué.

Sí es posible. Existen infinitos números. Algunos ejemplos: 7,51 – 7,503.

3. **Respondé** luego de pensar distintos ejemplos.

a. ¿Cuántos números hay entre $\frac{5}{8}$ y 0,626?

Hay infinitos.

b. ¿Cuántos números mayores que 5,75 y menores que 6 con dos cifras decimales hay?

Hay 25.

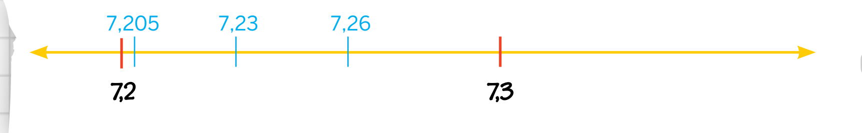
c. ¿Y si se permite cualquier cantidad de cifras decimales?

Hay infinitos.

4. **Encontrá**, si es posible, tres números entre 5,67 y 5,7. Si no es posible, **explicá** por qué.

Es posible encontrar una infinita cantidad de números

5. **Ubicá** 7,23 y 7,26 en la siguiente recta.



- ¿Dónde colocarías el número 7,205?

Debates en vaivén

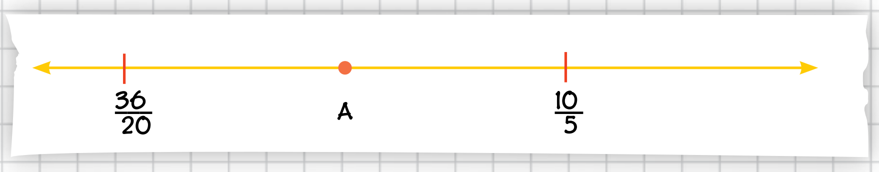
- **Discutan** entre todos si son ciertas o no estas afirmaciones. **Justifiquen**.

Entre dos números decimales siempre es posible hallar otro número decimal.
Existen infinitos números fraccionarios entre dos dados.
Entre dos números fraccionarios siempre existe un número entero.

Producción personal. Las dos primeras son ciertas.

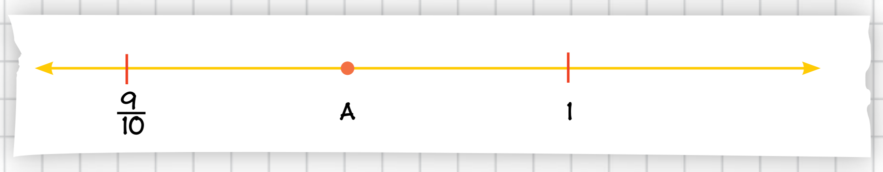
6. **Indicá** qué número representa A en cada recta.

a.



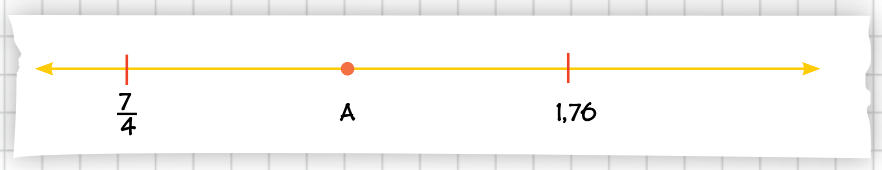
A = $\frac{19}{10}$

b.



A = 0,95

c.



A = 1,755

Hago mis cuentas

Se puede sugerir a los alumnos convertir las fracciones a expresiones decimales para facilitar la búsqueda.

7. **Encontrá** cuatro números racionales entre $\frac{7}{58}$ y $\frac{8}{58}$.

Producción personal.

a. **Escribí** una estrategia que te permita inventar 10 más.

b. ¿Se pueden inventar aún más? ¿Cuántos?

8. **Encontrá** todos los números racionales entre $\frac{5}{6}$ y 1 con denominador 36.

$\frac{31}{36}$, $\frac{32}{36}$, $\frac{33}{36}$, $\frac{34}{36}$ y $\frac{35}{36}$.

- ¿Qué diferencia observás entre este problema y el anterior?

En el anterior se podía encontrar una cantidad infinita de números y en este, es una cantidad finita.

Será interesante conversar con los alumnos bajo qué circunstancias es posible hallar infinita cantidad de racionales entre dos números y bajo cuáles, solo puede encontrarse una cantidad de fracciones dererminada.

9. **Pintá**, en cada caso, el número más cercano al que aparece en color.

719,81	719,80	719,811	719,801	719,82
24,678	24,679	24,68	24,6781	24,67801
3,002	3,02	3,202	3,0021	3,0020

- **Compartí** con tus compañeros qué tuvieron en cuenta para resolver.

Producción personal.

Teoría

Entre dos números racionales siempre es posible hallar otro número racional que se encuentre a igual distancia de ambos.

Hago mis cuentas

Cálculos con expresiones decimales

1. **Observá** cómo resolvieron los chicos la cuenta y luego **respondé.**

$$1.000.000.000 \times 100.000.000.000.$$

Santiago utilizó una calculadora común y Camilo una científica, Sergio lo resolvió escribiendo la cuenta en un papel y Fiorela dijo que no necesitaba hacer ninguna cuenta ya que mirando los números puede expresar el resultado usando una potencia.

a. ¿Qué habrá aparecido en el visor de las calculadoras de Santiago y Camilo?

Según la calculadora, por ejemplo 1 e+20

b. **Prueben**, entre todos, con distintas calculadoras y luego **encuentren** un argumento que justifique las distintas escrituras.

Producción personal.

c. ¿Cuántos ceros tendrá el resultado de la cuenta que hizo Sergio?

20

d. ¿Cuál será el procedimiento que está pensando Fiorela?

Está pensando en una potencia de 10: 10^{20}.

2. **Marcá** con un ✓ quién tiene razón.

3. Teniendo en cuenta la actividad anterior, **escribí** una expresión equivalente.

Son infinitas las soluciones. Solo a modo de ejemplo se citaron las siguientes expresiones

a. $123{,}45 =$

$\frac{12.345}{100} = 12.345 \times \frac{1}{100} = 12.345 \times \frac{1}{10^2}$

b. $469 \times 10^6 =$

$469.000.000 = 46{,}9 \times 10^7 = 4{,}69 \times 10^8$

c. $33.330.000.000.000 =$

$33{,}33 \times 10^{12} = 3.333 \times 10^{10} = 3{,}333 \times 10^{13}$

d. $0{,}00000765 =$

$\frac{765}{100.000.000} = \frac{765}{10^8}$

4. **Aproximá** y **marcá** con un ✓ el resultado que creas más próximo. Luego, **comprobá**.

	¿EL RESULTADO SERÁ...	¿EL RESULTADO SERÁ...	RESULTADO EXACTO
$6{,}18 \times 10^5 =$	... mayor a 610.000? ✓	... menor a 610.000?	618.000
$54{,}9 \times 10^7 =$	... mayor a 500.000.000? ✓	... menor a 500.000.000?	549.000.000
$806 \times 10^5 =$	... mayor a 850.000.000?	... menor a 850.000.000? ✓	80.600.000

5. **Resolvé** los problemas en tu carpeta demostrando cómo los pensaste.

a. Los empleados de una fábrica ganan $ 12,55 la hora. Si en noviembre se pagó en un día de trabajo $ 1.342,85, ¿cuántas horas de trabajo se pagaron a todos los empleados?

107 horas

b. Tengo una cinta de 105,25 cm para hacer moños de 6,4 cm. ¿Cuántos moños puedo realizar? ¿Sobra cinta?

16 moños. Sí, sobra cinta.

6. **Resolvé** los cálculos teniendo en cuenta que $2,4 \times 4,8 = 11,52$.

a. $24 \times 48 =$ 1.152

b. $2,4 \times 48 =$ 115,2

c. $2,4 \times 0,48 =$ 1,152

d. $24 \times 0,48 =$ 11,52

e. $0,024 \times 4.800 =$ 115,2

f. $24 \times 4,8 =$ 115,2

7. **Encontrá** el número que falta en las siguientes operaciones.

$2 \times$ 50 $= 100$	$2 \times$ 5 $= 10$	$2 \times$ 0,5 $= 1$
$4 \times$ 25 $= 100$	$4 \times$ 2,5 $= 10$	$4 \times$ 0,25 $= 1$
$8 \times$ 12,5 $= 100$	$8 \times$ 1,25 $= 10$	$8 \times$ 0,125 $= 1$
$16 \times$ 6,25 $= 100$	$16 \times$ 0,625 $= 10$	$16 \times$ 0,0625 $= 1$
$32 \times$ 3,125 $= 100$	$32 \times$ 0,3125 $= 10$	$32 \times$ 0,03125 $= 1$

8. Sin escribir la cuenta, **elegí** el número que más se aproxime al resultado del cálculo. Luego, **usá** la calculadora para verificar tu elección.

$$\boxed{\frac{0,5 \times 28}{2 \times 4,5} =}$$

- [x] **a.** 1,5
- [ ] **b.** 15
- [ ] **c.** 10,5

9. **Usá** una calculadora científica y **descubrí** el número.

a. **Encontrá** el número que, multiplicado por 6, dé como resultado 20, sin usar la tecla de dividir.

$3,\overset{\frown}{3}$ o 3,3333333...

b. ¿Cuál es el número que multiplicado por 3 da como resultado 20?

6,666666666...

c. **Encontrá** el número que, si se multiplica por 12, también se obtiene 20.

1,66666666...

- **Conversen** entre todos. ¿Les resultaron fáciles o difíciles de encontrar los resultados? ¿Por qué? ¿Y si se pudiera usar la tecla de dividir?

Producción personal.

Hago mis cuentas

Por medio de estas actividades se busca desarrollar estrategias de cálculo mental que sirvan a los alumnos como mecanismo de control de sus cálculos algorítmicos.

Problemas que son emblema

1. Leé y respondé.
Benjamín dice que 13,5 es el mismo número que $\frac{13}{5}$. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

No es lo mismo. Porque $\frac{13}{5}$ es lo mismo que 13 : 5 = 2,6.

2. Completá la tabla.
La proporción que utiliza María Eugenia para preparar pizza es de 0,45 kg de levadura por cada kg de harina.

CANTIDAD DE HARINA (kg)	1	$\frac{1}{2}$	0,250	2,5	$1\frac{3}{4}$
CANTIDAD DE LEVADURA (kg)	0,45	0,225	0,1125	1,125	0,7875

3. Escribí el número formado por...

a. 1 entero, 15 décimos y 25 centésimos.
2,75

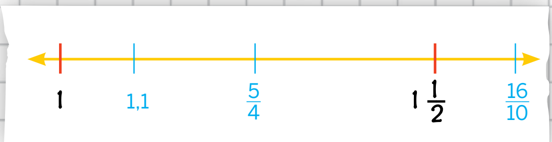
b. 56 enteros, 56 centésimos y 56 milésimos.
56,616

c. 24 enteros, 24 décimos y 24 diez milésimos.
26,4024

- **Ordená** de menor a mayor los números anteriores.
2,75; 26,4027; 56,616.

4. Ubicá en la recta numérica.

$\frac{16}{10}$, 1,1, $\frac{5}{4}$



5. Indicá si el número que muestra el visor de la calculadora es mayor, menor o igual que 567.000. ¿Y que 567.100? ¿Por qué?

La primera expresión es equivalente y la segunda, mayor.

6. Calculá mentalmente.

a. $56{,}67 \times 100 =$ 5.667

b. $345{,}6 \times 1.000 =$ 345.600

c. $679 \times \frac{1}{100} =$ 6,79

d. $0{,}87 \times \frac{1}{10} =$ 0,087

7. Sin escribir la cuenta, **indicá** si es posible saber la cantidad de dígitos que tiene la parte decimal. Si no es posible, **explicá** por qué en tu carpeta.

a. $\frac{9}{10}$ 0,9 ; tiene una cifra decimal.

b. $\frac{6}{4}$ 1,5; tiene una cifra decimal.

c. $\frac{7}{14}$ 0,5; tiene una cifra decimal.

d. $\frac{9}{3}$ 3; no tiene cifras decimales.

e. $\frac{6}{100}$ 0,06: tiene dos cifras decimales.

f. $\frac{7}{3}$ $2,\widehat{3}$ tiene infinitas cifras decimales.

g. $\frac{9}{7}$ 1,2857...; tiene infinitas cifras decimales.

h. $\frac{13}{1.000}$ 0,013: tiene tres cifras decimales.

8. Escribí las cifras que se repiten en las expresiones decimales equivalentes a estas fracciones.

a. $\frac{1}{9}$ 1

b. $\frac{15}{99}$ 15

c. $\frac{22}{6}$ 6

¿Cómo... multiplicar y dividir números decimales?

Para **multiplicar dos números decimales**, podemos:

1. multiplicar cada uno de los números por 10, por 100, por 1.000 o por la unidad seguida de ceros que nos sirva para obtener un número entero;
2. multiplicar los números enteros anteriores;
3. dividir por el mismo número que multiplicamos en el paso 1.

Por ejemplo: $3{,}45 \times 5{,}6$

1. $3{,}45 \longrightarrow \times 100 \longrightarrow 345$

   $5{,}6 \longrightarrow \times 10 \longrightarrow 56$

2. $345 \times 56 = 19.320$

3. Dividimos por 1.000 el resultado, porque $100 \times 10 = 1.000$.
   $19.320 : 1.000 = 19{,}320 \longrightarrow 3{,}45 \times 5{,}6 = 19{,}320$

Para **dividir un número decimal por otro número decimal**, podemos:

1. multiplicar cada uno de los números por 10, por 100, por 1.000 o por la unidad seguida de ceros que nos sirva para obtener dos números enteros. Lo importante en este caso es que ambos números se multipliquen por el mismo número, ya que este procedimiento nos garantiza que se trate de cuentas equivalentes y, en consecuencia, tengan el mismo resultado;
2. dividir los números enteros.

Por ejemplo: $45{,}67 : 32{,}657$

1. Multiplicamos ambos números por 1.000.

   $45{,}67 \longrightarrow \times 1.000 \longrightarrow 45.670$
   $32{,}657 \longrightarrow \times 1.000 \longrightarrow 32.657$

2. $45.670 : 32.657 = 1{,}3984750589 \longrightarrow 45{,}67 : 32{,}657 = 1{,}3984750589$

1. **Realizá** los siguientes cálculos utilizando los procedimientos analizados.

a. $123{,}45 \times 87{,}98 =$ 10.861,131

b. $123{,}45 : 87{,}98 =$ 1,403159809

El medallero

Autoevaluación en clase

Cada respuesta correcta vale **20 puntos**

100 puntos | 120 puntos | 140 puntos

1

> Escribí una expresión equivalente para cada número.

Pueden ser varias.

$\frac{7}{10}$ 0,7 o 7 x 0,1 o siete décimos

$\frac{5}{4}$ 1,25 o 125 x $\frac{1}{100}$.

Puntaje verificado: ___ pts.

2

> Completá con V o F.

F Entre 0,5 y 0,6 no hay ningún número.

F Entre 0,5 y 0,6 hay 9 números.

V Entre 0,5 y 0,6 hay infinitos números.

Puntaje verificado: ___ pts.

3

> Escribí entre qué centésimos se encuentra el número 0,065.

0,07 y 0,06

Puntaje verificado: ___ pts.

4

> Indicá con un ✓ las expresiones equivalentes a 12,045.

☐ 12 enteros, 4 décimos y 5 centésimos.

✓ 12 enteros 45 milésimos.

✓ $12 + \frac{4}{100} + \frac{5}{10^3}$

Puntaje verificado: ___ pts.

5

> Pintá la cantidad de dígitos decimales que tendrá el resultado de $8.967 \times \frac{1}{10^5}$.

4 dígitos | 5 dígitos | 6 dígitos

Ninguna de las opciones

Puntaje verificado: ___ pts.

6

> Encerrá los números que se encuentran entre $\frac{8}{6}$ y 1,55.

1,033 | 1,303

1,34 | 1,43

Puntaje verificado: ___ pts.

7

> Marcá con un ✓ las afirmaciones correctas y con una ✗ las incorrectas.

En la expresión decimal de $\frac{8}{7}$...

✓ ...en el lugar de los centésimos hay un cuatro.

✗ ...se repite el 8 infinitamente.

Puntaje verificado: ___ pts.

Mi puntaje total: ___ ___ ___ puntos.

Escribí tu nombre bajo la medalla que ganaste.
Si no obtuviste ninguna, revisá el capítulo.

Actividades

1. Los chicos de 7.º armaron un kiosco para juntar dinero para una excursión. Tienen que hacer el pedido de bebidas y disponen de $ 1.000. **Discutan** de a dos y **respondan**.

a. ¿Cuánto van a gastar en 6 packs de gaseosas? ¿Y en 6 packs de agua?
$ 288; $ 216.

b. Si compran 12 packs de ambas, ¿cuánto gastarán por cada bebida?
$ 576 en las gaseosas y $ 432 para comprar las aguas.

c. ¿Cuánto dinero les falta o les sobra si compran 24 packs de gaseosas?
Les faltarán $ 152.

d. **Compartan** entre todos cómo calcularon los precios.
Producción personal.

➡ En este capítulo: **RELACIONES ENTRE VARIABLES I**
- **P**roporcionalidad directa e inversa: constante y propiedades
- **C**omparación con situaciones no proporcionales
- **R**epresentación en ejes cartesianos
- **E**scala

7 Relaciones entre variables I

> Con los datos anteriores **resolvé**.

- Si los chicos quieren comprar la misma cantidad de gaseosas y de agua, ¿para cuántos packs de cada una les alcanza con $ 1.000? ¿Cuánto gastarán?
  11 packs de cada uno. Van a gastar $ 924.
- **Completá** la siguiente tabla.

PACKS DE GASEOSAS	2	4	6	8	12	20	24	48
CANTIDAD DE BOTELLAS	12	24	36	48	72	120	144	288

Relaciones proporcionales

Hago mis cuentas

En estas páginas se trabajará el concepto de proporcionalidad directa y sus propiedades.

1. Miranda controla la cantidad de combustible de los vehículos de la empresa. **Completá** las tablas que organizan la información.

CAMIÓN									
TANQUES COMPLETOS	2	3	4	5	7	9	12	20	21
LITROS	180	270	360	450	630	810	1.080	1.800	1.890

CAMIONETA									
TANQUES COMPLETOS	1	2	3	5	6	10	15	23	30
LITROS	65	130	195	325	390	650	975	1.495	1.950

- **Observá** las tablas anteriores y **conversá** con tus compañeros. ¿Qué vehículo tiene mayor capacidad para combustible? ¿Cómo lo averiguaron?

El camión porque tiene capacidad de 90 litros, mientras que la camioneta tiene 65 litros.

2. **Completá** la tabla usando el resultado de este cálculo: $28 \times 2 = 56$.

X 28	6	8	9	10	12	14	20	21	25
	168	224	252	280	336	392	560	588	700

Se espera que puedan usar relaciones de dobles, sumas de columnas o averiguar el valor unitario y sumarlo a otros, por ejemplo, para averiguar las cantidades impares.

- **Discutí** con un compañero qué estrategias emplearon para completarla. **Registrá** las conclusiones.

Producción personal.

Teoría

Muchas veces es útil analizar la relación que se establece entre dos magnitudes (como, por ejemplo, la velocidad, el tiempo, los porcentajes y la longitud).
A veces dos magnitudes se relacionan de modo que si al doble de una le corresponde el doble de la otra magnitud, al triple le corresponde el triple, a la mitad de una le corresponde la mitad de la otra magnitud, etcétera. Esta relación entre esas magnitudes es de **proporcionalidad directa**.
En la proporcionalidad directa se cumple que a la suma o a la resta de dos cantidades de una misma magnitud, le corresponde la suma o la resta de las cantidades correspondientes en la otra magnitud, y el valor que corresponde a la unidad se llama **constante de proporcionalidad**.

3. **Leé** y **decidí** cuáles de estas situaciones son directamente proporcionales. En aquellas que no lo son, **explicá** por qué.

a. Marcela calzaba 19 al año de edad. Cuando cumplió dos años, calzaba 20 y a los 4 años, sus zapatillas ya eran talle 28. ¿Podés saber cuánto calzará a los 8 años? ¿Y cuando cumpla 40?

No es proporcional.

b. Mariano trabaja en una fábrica de zapatillas. Él maneja una máquina que realiza 200 plantillas por hora. ¿Podés averiguar cuántas plantillas realizará en 3 horas? ¿Y en 9 horas?

Es proporcional. En 3 horas hará 600 plantillas. En 9 horas, 1.800.

c. En el colegio hicieron un plano rectangular con las salidas de emergencia. Sus medidas son 60 cm de largo y 40 cm de ancho. Deben reducirlo a la mitad para que lo tengan todos los alumnos. ¿Podés saber la medida que tendrá el plano de los alumnos?

Es proporcional. Las medidas serán 30 cm x 20 cm.

d. El matrimonio Rodríguez está entrenando para participar en una maratón. Comenzaron corriendo 30 cuadras, y agregan 5 cuadras por semana. ¿Cuántas cuadras habrán recorrido en la cuarta semana? ¿Y al cabo de 12 semanas?

No es proporcional.

4. **Resolvé** demostrando cómo lo pensaste.

Pedro anda en bicicleta todos los días. Ayer recorrió 15 km manteniendo la misma velocidad, y tardó media hora.

a. ¿Cuánto tardará en recorrer 30 km? ¿Y 45 km? ¿Y 55 km?

60 minutos , 90 minutos y 110 minutos.

b. Hoy anduvo 45 minutos a la misma velocidad que ayer. ¿Cuántos kilómetros recorrió?

22,5 km

5. **Leé** y **conversá** con un compañero antes de resolver esta situación. En dos kioscos venden el mismo tipo de figuritas. En el kiosco del barrio, el precio de 5 paquetes es de $ 28,75 mientras que en el kiosco de la escuela el precio de 8 paquetes es de $ 48.

a. ¿En qué kiosco conviene comprar? ¿Por qué?

En el kiosco del barrio, porque cuesta $ 5,75 cada paqueta y en el de la escuela salen $ 6.

b. ¿Cuánto cuestan 10 paquetes en el kiosco del barrio?

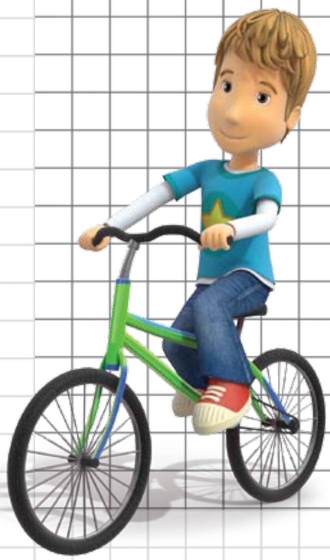
$ 57,5

c. Un chico compró figuritas en la escuela y gastó $ 72, ¿cuántos paquetes compró?

12

Hago mis cuentas

El objetivo de este ejercicio es que los alumnos logren diferenciar las situaciones de proporcionalidad directa de las que no lo son. No solo analizando las magnitudes, ya que en el ítem d. si no estuviera la condición inicial que dice que corren 30 cuadras y agregan 5 por semana, sería una situación de proporcionalidad directa. Se sugiere que el docente trabaje este tipo de problemas, donde figuren condiciones iniciales, y otros similares sin dicha condición. Por ejemplo: para llenar una pileta abro una canilla de la que salen 8 litros en 3 minutos, ¿cuánta agua habrá en la pileta después de 15 minutos? ¿y después de una hora? La otra variante del problema sería: para llenar una pileta abro una canilla de la que salen 8 litros en 3 minutos. Si antes de abrir la canilla había 25 litros de agua en la pileta, ¿cuánta agua habrá después de 15 minutos? ¿y después de una hora?



Proporcionalidad directa y porcentajes

Hago mis cuentas

Se sugiere al docente que revise la multiplicación y división por la unidad seguida de ceros antes de abordar este ejercicio. En este ejercicio se trabajarán las propiedades de la proporcionalidad directa de la suma de magnitudes directamente proporcionales y de la multiplicación por un número de las mismas.

1. Leandro consiguió la información sobre cuánto dinero de otros países puede comprar con $ 100 pesos argentinos. **Completá** el resto de la tabla para saber cuánta plata de cada moneda equivale a $ 50, $ 1, $ 400 y $ 10.
Hacé las cuentas con la calculadora.

PAÍS	MONEDA	VALOR DE CAMBIO $ 100	VALOR DE CAMBIO $ 50	VALOR DE CAMBIO $ 1	VALOR DE CAMBIO $ 400	VALOR DE CAMBIO $ 10
ESTADOS UNIDOS	DÓLAR	10,25	5,125	0,1025	41,00	1,025
BRASIL	REALES	32,78	16,39	0,3278	131,12	3,278
URUGUAY	PESOS URUGUAYOS	305,72	152,86	3,0572	1.222,88	30,572
CHILE	PESOS CHILENOS	7.366,38	3.683,19	73,6638	29.465,52	736,638

a. **Compartí** con tus compañeros de qué manera completaste la tabla y **respondé** si pudiste completar alguna columna sin hacer cuentas. ¿Por qué?

Producción personal.

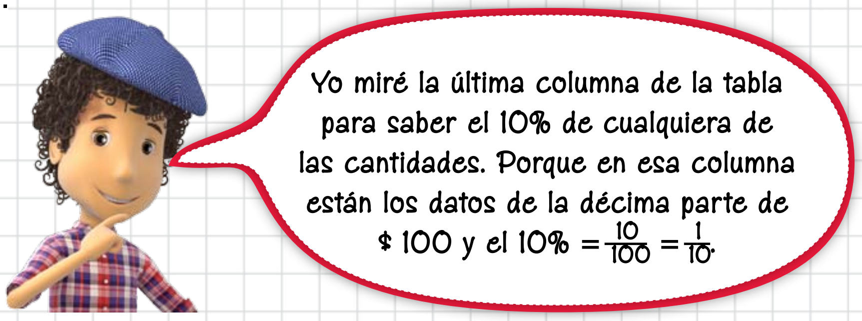
b. ¿Qué datos de la tabla anterior usarías para averiguar cuánto dinero de cada moneda extranjera podés comprar con $ 12?

Se pueden sumar los valores que corresponden a $ 10 sumados al doble de los valores correspondientes a $ 1.

c. Leandro decidió cambiar sus $ 100 por reales para el viaje familiar que realizarán en el verano, pero el banco le cobró 10% de impuestos. ¿Cuántos reales le dieron a Leandro?

29,502 reales.

d. **Mirá** cómo calculó Sebastián el porcentaje. ¿Estás de acuerdo con él? **Explicá** por qué.



Es cierto que el 10% es igual a la décima parte de 100%.

En este ejercicio se aplicarán las propiedades de proporcionalidad directa en el cálculo de porcentajes.

2. **Calculá** mentalmente sabiendo que el 10% de 360 es 36.

20% de 360 = 72   5% de 360 = 18   15% de 360 = 54

1% de 360 = 3,6   50% de 360 = 180   25% de 360 = 90

Teoría

El **porcentaje** es una relación de proporcionalidad directa donde se toma a 100 como la cantidad de referencia. Se utiliza el símbolo **%**.
Por ejemplo, el 1% de una cantidad es la centésima parte ($\frac{1}{100}$) de esa cantidad.

Hago mis cuentas

3. En el supermercado, los días miércoles hay un descuento del 20% en el monto de la compra. **Completá** la tabla.

COMPRA ($)	100	50	150	250	30	300
DESCUENTO ($)	20	10	30	50	6	60

a. **Calculá** cuánto dinero le descontarán a una persona que realiza una compra de $ 150 en otro supermercado donde el descuento es del 10%.

$ 15

b. ¿Y si fuera del 5%?

$ 7,5

4. En la casa de electrodomésticos hacen el 15% de descuento sobre el costo del producto cuando tiene fallas, y se les aumenta un 99% al precio de costo si están en buenas condiciones. **Completá** la tabla.

PRECIO CON DESCUENTO	DESCUENTO DEL 15%	COSTO DEL PRODUCTO ($)	AUMENTO DEL 99%	PRECIO CON AUMENTO
191,25	33,75	225	222,75	447,75
410,55	72,45	483	478,17	961,17
1.062,5	187,50	1.250	1.237,5	2.487,5

5. **Resolvé** en tu carpeta demostrando cómo lo pensaste.

a. Juana compró unos anteojos y le descontaron un 10% equivalente a $ 150. ¿Cuál era el precio de los anteojos?

$ 1.500

b. Héctor tenía un ticket de descuento. Compró una camisa de $ 1.660 y la pagó $ 1.245, ¿de cuánto fue su descuento?

25%

6. **Uní** con flechas cada porcentaje con el valor correspondiente.

1% de 380 50% de 140 75% de 120 25% de 40

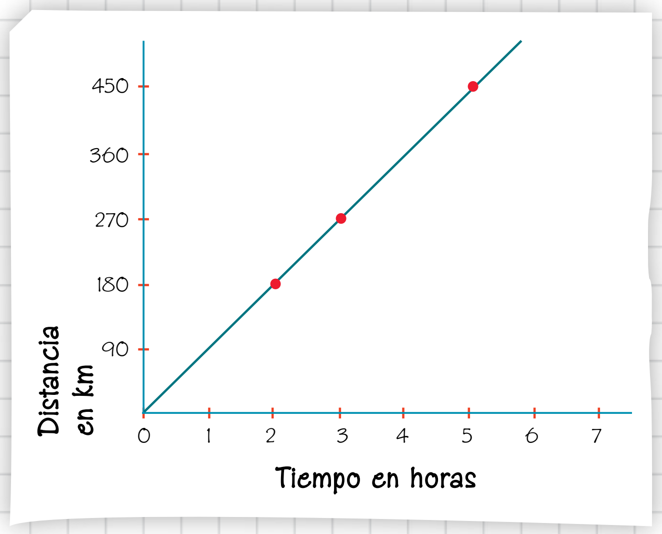
70 3,8 90 10

Representación cartesiana

Hago mis cuentas

En estas páginas se analizarán los datos de magnitudes directamente proporcionales obtenidos de gráficos y de tablas. Se sugiere al docente que repase con los alumnos cómo ubicar puntos en el plano cartesiano antes de resolver los ejercicios de estas páginas. El docente podría sugerir a los alumnos que analicen las condiciones que tiene que cumplir un gráfico para que corresponda a magnitudes directamente proporcionales y luego realizar una puesta en común para extraer conclusiones.

1. **Observá** el gráfico en el que se representa la distancia que recorre un auto que se mueve siempre a la misma velocidad en un determinado tiempo. Luego, **contestá** las preguntas.



a. ¿Qué información ofrece el eje horizontal? ¿Y el vertical?

El tiempo, en horas. La distancia, en km.

b. ¿Es cierto que en 2 horas el auto recorre 180 km? ¿En qué parte del gráfico encontrás esta información?

Sí. El punto que une 2 con 180.

c. ¿Cuál es el punto sobre el gráfico que te da información acerca del tiempo que demora en recorrer 450 km? ¿Cuántas horas tarda?

El que une 5 horas con 450 km.

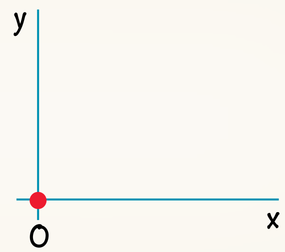
d. **Completá** la siguiente tabla con los datos que podés leer del gráfico y con otros que podrías deducir si el auto siguiera viajando a la misma velocidad.

DISTANCIA EN KM	90	180	270	450	45	540	765
TIEMPO EN HORAS	1	2	3	5	$\frac{1}{2}$	6	$8\frac{1}{2}$

e. **Agregá** en el gráfico los puntos que corresponden a la distancia que el auto recorre en 1 hora y en 4 horas. Producción personal.

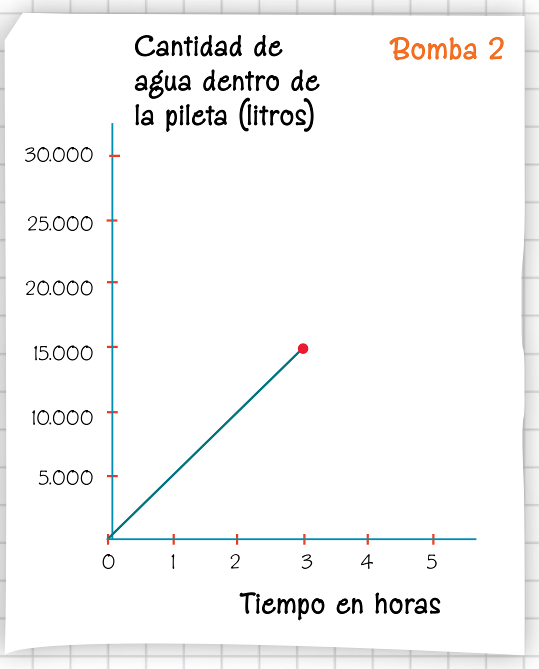
Teoría

Los **sistemas de coordenadas** permiten ubicar puntos en el plano. Están formados por dos rectas perpendiculares, llamadas **ejes cartesianos**, que se cortan en un punto llamado **origen**, al que se le asigna el número cero en ambos ejes **(0,0)**.



Hago mis cuentas

2. Los siguientes gráficos muestran el proceso de llenado de dos piletas que tienen la misma capacidad, utilizando dos bombas diferentes. **Respondé** las preguntas.



a. ¿Cuántos litros de agua entran, aproximadamente, en la pileta en una hora con la bomba 1? ¿En 2 horas?

1 hora: entre 10.000 litros. En 2 horas: entre 20.000.

b. ¿Cuántos litros de agua entran en una hora con la bomba 2? ¿En $\frac{1}{2}$ hora? ¿Y en 2?

5.000, 2.500 y 10.000.

c. ¿Cuál de las dos bombas llenará la pileta en menos tiempo? ¿Cómo te das cuenta?

La bomba 1. Producción personal.

3. **Observá** los datos que aparecen en la tabla y **completá** los que faltan.

La siguiente tabla muestra la cantidad de horas que utiliza una máquina para producir rollos de papel.

TIEMPO (HORAS)	1	2	3	5	6	10
CANTIDAD DE ROLLOS PAPEL	2,5	5	7,5	12,5	15	25

- **Construí** en tu carpeta un gráfico cartesiano y **marcá** los puntos correspondientes a la información dada en la tabla. Producción personal.

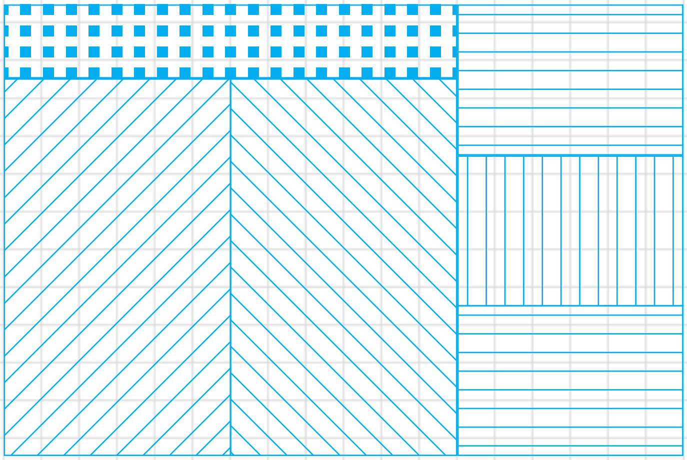
Hago mis cuentas

En esta página se trabajará la relación entre escalas y magnitudes directamente proporcionales.

Escalas

1. Dibujá un plano del escritorio de Luciano adaptando las medidas a este espacio.

Luciano debe hacer el plano del escritorio que colocará en su habitación. Las medidas del mueble son 1,80 m de ancho y 1,20 m de alto. Tiene a la derecha tres cajones de 40 cm de alto y 60 cm de ancho. A la izquierda tiene dos puertas que miden 0,60 m de ancho y 1 metro de alto.



a. Si Luciano quisiera dibujar el mismo escritorio en una hoja más chica, en la cual el ancho de su mueble fuera de 6 cm, ¿de qué tamaño debería dibujar el resto de las medidas?

- **Completá** la tabla para responder.

MEDIDA ORIGINAL (m)	1,80	1,20	0,40	0,60	0,60	1,00
MEDIDA DEL DIBUJO (cm)	6	4	1,33	2	2	3,33

2. Dibujá en una hoja aparte una heladera cuyas medidas reales son 1,90 m de alto, 1,20 cm de ancho y 60 cm de profundidad. **Escribí** la escala que utilizaste para hacerlo.

Producción personal. Pueden utilizar una hoja cuadriculada para trabajar aunque el avance estaría dado por la utilización de una escala, la construcción de una escala y de instrumentos de medición.

Teoría

La **escala** es la relación de proporcionalidad directa que existe entre dimensiones reales y las del dibujo que representa la realidad sobre un plano. La constante de proporcionalidad identifica la escala que se utiliza y puede escribirse de muchas maneras.

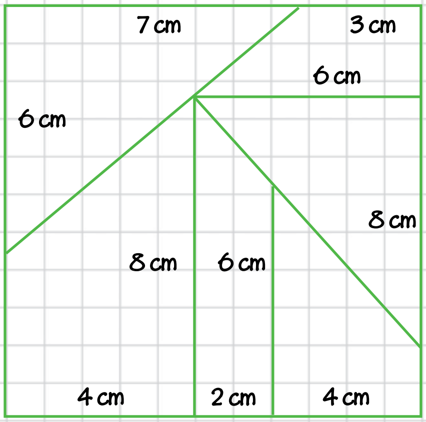
Por ejemplo:
1 cm ⟶ 20 m.
20 m de la realidad se representan con 1 cm del plano.
1 cm : 20 m
0,01 : 20

Hago mis cuentas

En esta página se verán las distintas formas de expresar la escala que se utilizó para realizar un dibujo, plano o mapa, y su interpretación.
Se espera que los alumnos puedan elegir una escala adecuada para realizar un dibujo o mapa, así como también que puedan interpretarla para hallar las medidas reales de un objeto o distancia dibujada.

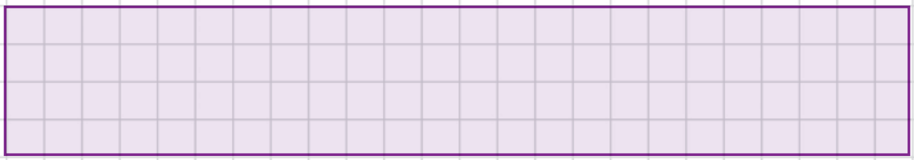
3. **Averiguá** las medidas de cada una de las piezas del rompecabezas cuya representación es la que aparece y **completá** la tabla.

Se debe fabricar un rompecabezas más grande que el dado, que conserve la misma forma. La condición es que el segmento que mide 4 centímetros sobre el modelo, deberá medir 7 cm sobre la ampliación.



MEDIDA ORIGINAL (cm)	4	2	6	5	7	9
MEDIDA AMPLIADA (cm)	7	3,5	10,5	8,75	12,25	15,75

4. **Averiguá** qué escala mantiene un plano que representa un terreno de 48 m de largo y 8 m de ancho si en la hoja está dibujado con estas medidas.



1 cm : 4 m

5. **Indicá** qué distancia hay entre dos ciudades si al medirlas con la regla en el mapa están separadas por 7,5 cm y la escala del mapa es 3 cm : 1.500 km.

3.750 km

Trabajar solo

- A veces, las escalas pueden estar expresadas, por ejemplo, 1 : 2.000. **Explicá** el sentido de esta notación.
- **Buscá** en planos o mapas las escalas que se emplean y **copialas** en tu carpeta.

Producción personal.

Proporcionalidad inversa

Hago mis cuentas

En estas páginas se trabajará con magnitudes inversamente proporcionales. Se espera que los alumnos puedan diferenciar las magnitudes directamente proporcionales y las magnitudes inversamente proporcionales de aquellas que no son proporcionales al terminar el capítulo.

1. **Resolvé** estos problemas demostrando cómo los pensaste.

a. Gonzalo tarda 15 minutos para ir al trabajo en su auto yendo a 40 $\frac{km}{h}$. ¿Cuánto tardaría en llegar si fuera a 120 $\frac{km}{h}$? ¿Y si va a 30 $\frac{km}{h}$?

5 min, 20 min.

b. Mabel cobró $ 4.800 de aguinaldo y decidió gastarlo en las vacaciones. **Completá** la tabla para saber cuánto puede gastar por día según la cantidad de días que duren las vacaciones, suponiendo que tiene que gastar la misma cantidad de plata por día.

GASTOS POR DÍA ($)	480	120	160	800	400
DURACIÓN DE LAS VACACIONES (DÍAS)	10	40	30	6	12

c. Un comerciante debe guardar en cajas 120 remeras. Quiere colocar en cada caja la misma cantidad de remeras para organizar el negocio. **Completá** la tabla.

NÚMERO DE CAJAS	12	10	5	40	30	6
NÚMERO DE REMERAS POR CAJA	10	12	24	30	40	20

2. **Observá** la última tabla de la actividad anterior y **respondé**.

a. Cuando el número de cajas se duplica, ¿qué sucede con el número de remeras por caja? ¿Y si se triplica?

Se busca la mitad, se halla la tercera parte.

b. ¿Podrá el comerciante armar cajas con 9 remeras en cada una?

No se puede porque 120 no es múltiplo de 9.

c. ¿Cuáles son los posibles valores de cantidad de remeras por caja? ¿Y cuáles son los posibles valores de cantidad de cajas?

Los divisores de 120.

Debates en vaivén

- **Comparen** los problemas de esta página con los que fueron resolviendo en el capítulo y expliquen qué diferencias observaron en relación con estas preguntas: ¿cómo obtuvieron la constante?, ¿cómo es la relación entre las magnitudes?, ¿cómo será el gráfico?

Producción personal.

Teoría

Hago mis cuentas

La relación entre magnitudes es de **proporcionalidad inversa** cuando dos magnitudes se vinculan de forma tal que al doble de una cantidad le hace corresponder la mitad de la otra, al triple de una cantidad, la tercera parte de la otra, etcétera.

100 : 2 = 50

x 2

VELOCIDAD (KM/H)	100	200	50
TIEMPO (HORAS)	4	2	8

: 2

4 x 2 = 8

En esta relación se cumple que, si se multiplican valores correspondientes de ambas magnitudes, se obtiene la **constante de proporcionalidad inversa**. Ejemplo: $100 \times 4 = 200 \times 2 = 50 \times 8 = 400$.

3. **Resolvé** demostrando cómo lo pensaste.

Se reparten 180 litros de agua mineral en botellas o bidones de la misma capacidad, de tal modo que queda la misma cantidad de agua en cada envase. **Completá** la tabla que relaciona la cantidad de agua por envase con la cantidad de envases necesarios.

CANTIDAD DE BOTELLAS/BIDONES	20	25	40	30	720	200	1.440	4
CANTIDAD DE AGUA POR BOTELLA/BIDÓN (EN LITROS)	9	7,2	4,5	6	$\frac{1}{4}$	0,9	$\frac{1}{8}$	45

4. **Indicá** con una **D** si estas tablas representan una relación de proporcionalidad directa; con una **I** si es inversa o con una **N** si no es directa ni inversa. **Justificá**.

a.

4	10	16
7	13	19

N

b.

6	12	18
9	18	27

D

c.

5	6	3
12	10	20

I

d.

15	60	30
12	144	72

N

Problemas que son emblema

1. **Resolvé** los problemas elaborando las tablas en tu carpeta. **Indicá** si se trata de una relación de proporcionalidad directa, inversa o de una relación no proporcional.

a. Leo comenzó a viajar en bicicleta todos los días a su trabajo. Cada día llega más rápido.
El primer día tardó 25 minutos para hacer 100 cuadras. Si hoy llegó en 5 minutos, ¿**a** qué velocidad pedaleó?

Inversa, 20 cuadras por minuto.

- **Averiguá** las velocidades para estos tiempos: 20 minutos; 10 minutos y 8 minutos.

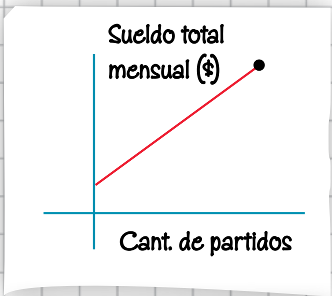
Producción personal.

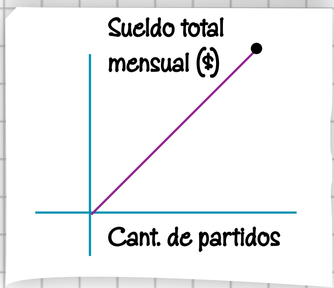
b. Un árbitro de fútbol tiene un sueldo básico de $ 15.000. Por cada partido que dirige se le paga un plus de $ 2.000. ¿**C**uánto cobrará si al finalizar el mes dirigió 4 partidos? ¿**Y** si dirigió 10? ¿**Y** 8?

No es proporcional. $ 23.000, $ 35.000 y $ 31.000.

- **Analizá** los siguientes gráficos y **determiná** cuál representa la relación entre la cantidad de partidos dirigidos por mes y el sueldo que recibió el árbitro. **Justificá**.

El 1er gráfico.



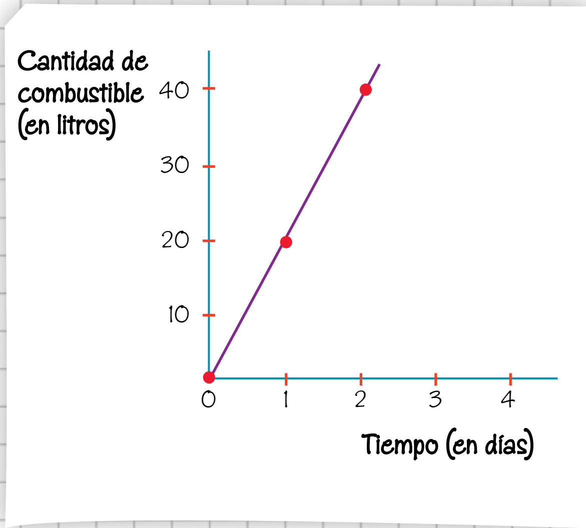


2. **Dibujá** en tu carpeta una figura de cinco lados donde uno de ellos mida 3 cm. Luego, **ampliala** de modo que ese lado ahora mida 6 cm.

Producción personal.

3. **Construí** en una hoja lisa una tabla de valores que contenga la información que muestra el siguiente gráfico donde se representa la cantidad de combustible que consume una máquina funcionando siempre a la misma velocidad. Luego, **respondé**.

Producción personal.



a. Si sigue funcionando a la misma velocidad, ¿**c**uánto consumirá en 12 días? ¿**Y** en 8 días?

240 litros; 160 litros.

b. ¿**C**uántos días va a funcionar con 270 litros de combustible?

13 días y medio.

4. **Leé** la información de la encuesta que realizaron los chicos de 7.º para diseñar la campera de egresados y **respondé** en tu carpeta.
Los tres séptimos grados tienen que diseñar la campera de egresados. Proponen 3 diseños y votan 90 chicos para decidir con cuál quedarse. Estos son los resultados:
Diseño A: 30% Diseño B: 10% Diseño C: 50%

a. ¿**Q**ué porcentaje ha votado en blanco?

10%

b. ¿**Q**ué cantidad de chicos representa cada porcentaje?

Diseño A: 27, Diseño B: 9 y Diseño C: 45.

¿Cómo... calcular porcentajes?

El **porcentaje** es una relación proporcional, la que se conoce como "tanto por ciento" de un número, a uno –o varios– centésimos de dicho número. Para averiguar porcentajes podemos emplear algunas estrategias:

- Pensar los **porcentajes** como **fracciones**.

Sabiendo que el 100% se toma como la cantidad total, para calcular el 50% de 400 debemos considerar que el 100% corresponde a 400, y 50% lo pensamos como $\frac{50}{100}$, que es lo mismo que $\frac{1}{2}$; o sea, calcular la mitad del número. Así es que el 50% de 400 = 200.

De este modo, calcular el 25% de 400 equivaldría a pensarlo como $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ o realizar la cuarta parte de 400 y el 10% de 400 equivale a $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ o la décima parte de 400.

25% de 400 = $\frac{1}{4}$ de 400 = 100 　　　 10% de 400 = $\frac{10}{100}$ de 400 = 40

- **Descomponer los porcentajes** y luego sumar los resultados parciales, para poder calcularlos mentalmente.

Para saber el 12% de 400, se puede averiguar así:

10% de 400 = 40 　　 1% de 400 = 4 　　 1% de 400 = 4

40 + 4 + 4 = 48 ⟶ 12% de 400 = 48

- Multiplicar el número por la **expresión decimal equivalente** al porcentaje.

Para saber el 12% de 400, convertimos la fracción 12% en $\frac{12}{100}$ o su expresión decimal 0,12 y luego hacemos 0,12 × 400 = 48.

1. Si el 25% equivale a $\frac{1}{4}$ de una cantidad, **utilizá** las estrategias anteriores para resolver.

a. ¿Qué porcentaje representa a $\frac{1}{5}$?
20%

b. ¿Qué porcentaje representa a $\frac{3}{4}$?
75%

c. ¿Qué porcentaje representa a $\frac{3}{10}$?
30%

2. **Descomponé** los porcentajes y **calculá**.

a. 52% de 3.000
1.560

b. 23% de 600
138

c. 30% de 1.500
450

El medallero

Autoevaluación en clase

Cada respuesta correcta vale **20 puntos**

100 puntos	120 puntos	140 puntos

1

> **Calculá** mentalmente.

- 10% de 3.200 = 320
- 30% de 3.200 = 960
- 45% de 3.200 = 1.440

Puntaje verificado: ___ pts.

2

> **Escribí** cuál es la escala que se utiliza para representar un segmento de 1 m con un segmento de 4 cm en un dibujo.

1 cm : 0,25 m

Puntaje verificado: ___ pts.

3

> **Completá** la siguiente tabla teniendo en cuenta que tenés que guardar gomas en cajas.

GOMAS	300	5	10	25	15	20
CAJAS	1	60	30	12	20	15

Puntaje verificado: ___ pts.

4

> **Completá** los espacios en blanco sabiendo que cada kilo de helado cuesta $ 132.

- 2 kilos de helado cuestan $ 264
- $3\frac{1}{2}$ kilos de helado cuestan $ 462

Puntaje verificado: ___ pts.

5

> **Indicá** si es V o F lo que dice Julia.

Julia compró una remera que costaba $ 95. Por pagar en efectivo, le hicieron un descuento y pagó $ 85. O sea, le descontaron el 10%. F.

Puntaje verificado: ___ pts.

6

> **Escribí** dos diferencias entre la proporcionalidad directa y la inversa.

Producción personal.

Puntaje verificado: ___ pts.

7

> **Completá** la frase.

Para averiguar la constante de la proporcionalidad inversa se multiplica una variable por la otra.

Puntaje verificado: ___ pts.

Mi puntaje total: ______ puntos.

Escribí tu nombre bajo la medalla que ganaste. Si no obtuviste ninguna, revisá el capítulo.

Actividades

1. Un representante de la empresa Playfun se acercó a la escuela a charlar con los alumnos sobre las diversas actividades que realizan. **Observen** el gráfico con la información de las ventas de videojuegos y **respondan**.

a. ¿Qué mes del año fue el de mayor venta de videojuegos de la empresa PlayFun? ¿Y el mes de menor venta?

Mayor: diciembre, menor: octubre.

b. ¿Durante qué meses se vendieron la misma cantidad de videojuegos?

Abril, mayo y agosto; septiembre y noviembre.

c. ¿En qué mes se vendieron 500 unidades de videojuegos?

Septiembre y noviembre.

En este capítulo: **RELACIONES ENTRE VARIABLES II**

Funciones lineales • Resolución de problemas que exijan la interpretación de información en histogramas y gráficos circulares • Promedio y moda • Uso de tablas de frecuencias absolutas y relativas para determinar porcentajes

8 Relaciones entre variables II

> **Compartan** las respuestas de las actividades anteriores y **conversen**.

- ¿En qué casos se utiliza presentar la información por medio de gráficos? Producción personal.
- **Escriban** una pregunta que se pueda responder con la información que hay en el gráfico de la imagen.

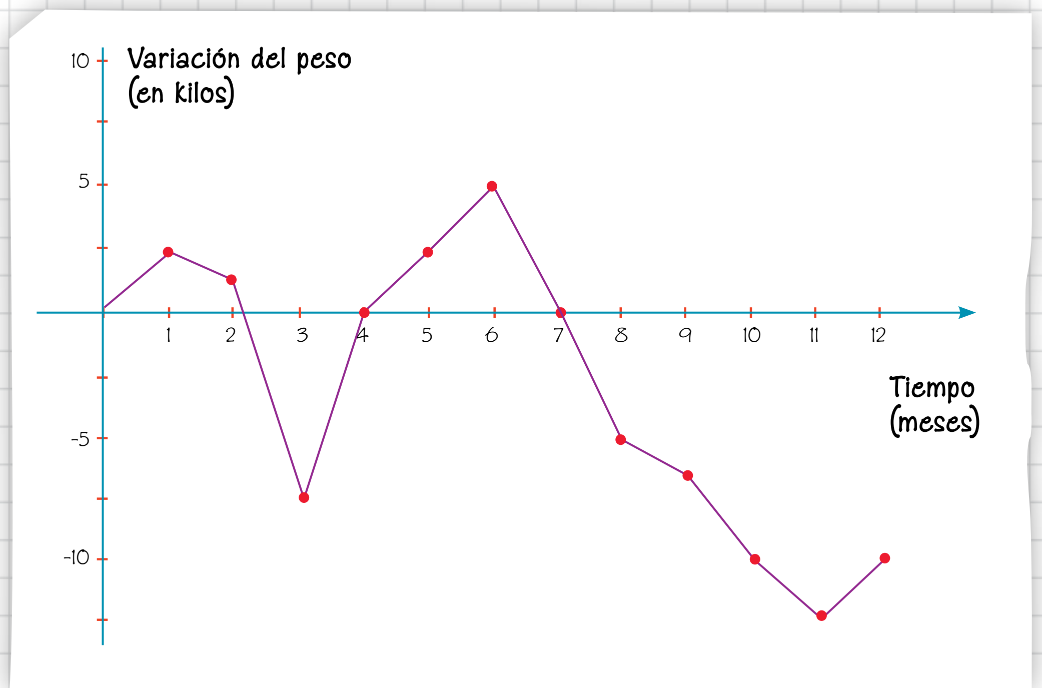
Producción personal.

Funciones lineales

Hago mis cuentas

En estas páginas se trabajará cómo interpretar y extraer datos de un gráfico. Se espera que los alumnos puedan interpretar qué significa que el gráfico esté sobre el eje horizontal, sobre el eje o debajo del eje. También se trabajarán problemas donde intervengan funciones lineales que tienen ordenada al origen distinta de cero. Se espera que los alumnos puedan distinguirlas de las funciones de proporcionalidad directa.

1. En el siguiente gráfico se muestran los datos obtenidos en los controles mensuales del peso de un paciente en sus visitas médicas. Sabiendo que inició su tratamiento con 105 kg, **respondé** a las preguntas con la información que brinda el gráfico.



a. ¿Durante cuánto tiempo fue controlado el paciente?

12 meses.

b. ¿Qué información se obtiene del eje vertical? ¿En qué unidad de medida está expresada esa información?

El peso disminuido o aumentado y es medido en kilos.

c. ¿Qué peso tenía el paciente en la cuarta consulta? ¿Y en la primera consulta?

105 kg y 107,5 kg.

d. **Anotá** en qué meses aumentó en relación con el peso inicial y cuál fue ese aumento.

Primera consulta: $2\frac{1}{2}$ kg. Segunda: $1\frac{1}{4}$ kg. Quinta: $2\frac{1}{2}$ kg. Sexta: 5 kg

e. ¿En qué meses el paciente registró el mismo peso que al iniciar su tratamiento?

Cuarto y séptimo.

f. ¿A partir de qué mes el paciente bajó de peso? ¿Cuántos kilos bajó como máximo?

Del séptimo y bajó 12 ½ kg.

g. ¿Qué peso tenía el paciente en el octavo mes?

100 kg.

h. **Escribí** tres preguntas que se respondan con la información que brinda el gráfico.

Producción personal.

2. **Respondé** en tu carpeta cada una de las consignas.

Hago mis cuentas

a. Luciana compró 3 m de cinta para colocar en el borde de un portarretratos que piensa construir. ¿Cuáles son las medidas posibles del marco si tendrá forma rectangular? **Completá** la tabla.

LARGO (METROS)	0,35	0,4	0,5	0,6	0,65	0,75	0,8
ANCHO (METROS)	1,15	1,1	1	0,9	0,85	0,75	0,7

b. ¿Es posible que Luciana fabrique un marco que mida 1,5 metros de largo?

No, porque solo podría colocar la cinta en dos lados del rectángulo que forman el marco.

c. ¿Cuál es la menor medida que puede tener el largo del marco? ¿Y la mayor?

Las medidas estarán entre 0 y 150.

3. **Resolvé** el problema en tu carpeta.

Una compañía telefónica cobra, por realizar llamadas al exterior, $ 30 fijos por la conexión más $ 0,85 cada minuto de llamada. ¿Cuánto se debe pagar por una llamada que dura 12 minutos?

$ 40,20

a. ¿Cuál es el costo de una llamada que dura $18\frac{1}{2}$ minutos?

$ 45,725

b. Si por una llamada se pagaron $ 60,6, ¿cuántos minutos duró?

Duró 36 minutos.

4. **Leé** la factura de gas que recibió Daniel y **respondé**.

a. ¿Cuál es el valor del cargo fijo?

$ 11,67

b. ¿Y el valor del m^3?

$ 0,401607

c. **Completá** la tabla con el cálculo de los siguientes consumos, incluyendo el cargo fijo. **Redondeá** a 3 decimales el valor del m^3.

m^3	41	82	147	294	246	328
PRECIO A PAGAR	28,11	44,55	70,61	129,56	110,31	143,19

- **Discutan** entre todos y **escriban** las conclusiones: si se consume el doble de m^3, ¿se abona el doble?

Producción personal.

Hago mis cuentas

En estas páginas se espera que los alumnos puedan interpretar y analizar el gráfico de dos funciones lineales en el mismo sistema de ejes cartesianos, que puedan determinar qué representa el punto donde coinciden los gráficos. Se sugiere al docente que, luego de resolver los ejercicios de la página 98, proponga a los alumnos preguntas para reforzar la interpretación.

Comparación entre situaciones lineales

1. **Respondé** las consignas.

Un tanque tiene una capacidad de 400 litros de agua. Cuando alcanza los 35 litros, una bomba se activa y comienza a llenarlo con 2 litros de agua por minuto. Otro tanque de 450 litros de capacidad comienza a ser llenado por otra bomba cuando está vacío a razón de 3 litros por minuto.

a. ¿Cuántos litros de agua tendrá el primer tanque a los 35 minutos de que se active la bomba? ¿Y a los 50 minutos?

105 l, 135 l.

b. ¿Cuánto tiempo tarda en llenarse?

182 minutos y medio.

c. ¿Cuántos litros de agua tiene el segundo tanque a los 20 minutos?

60 l

d. ¿Cuánto tiempo tarda en llenarse?

150 minutos.

2. **Representá** en tu carpeta, en un mismo sistema de ejes cartesianos, el problema anterior y luego **respondé** las preguntas observando el gráfico.

Producción personal.

a. ¿Qué podés concluir sobre la representación de la situación?

Producción personal.

b. ¿Qué significa que en los gráficos las líneas se crucen?

El punto marca el instante en el que los dos tanques tienen la misma cantidad de agua.

c. ¿En qué punto se cortan las dos rectas?

En 35 minutos y 105 litros.

d. ¿Qué tanque se llena más rápido? ¿Cómo interpretás eso en el gráfico?

El primero tarda más. Explicación: producción personal.

3. **Discutí** con un compañero cómo resolver el problema y **respondé** en tu carpeta.

Dos ciclistas, A y B, están entrenando. Parten del mismo lugar y en el mismo momento. El ciclista A recorre aproximadamente 25 km en 20 minutos y el ciclista B recorre 20 km en 15 minutos.

a. Luego de una hora, ¿cuántos kilómetros recorrió cada ciclista si van a velocidad constante?

Ciclista A, 75 km y ciclista B, 80 km.

b. ¿Y luego de una hora y media?

A, 112.5 km y B, 120 km.

c. **Armen** una tabla, **calculen** la distancia recorrida en diferentes tiempos. Luego, **representen** en un mismo gráfico los recorridos que describen ambos ciclistas.

Producción personal.

Hago mis cuentas

4. **Analizá** la situación de Camila y de Julieta y luego **respondé**.

Camila vende productos por internet y le pagan un 10% sobre cada venta más $ 450 para gastos. Su amiga Julieta cobra, por un trabajo similar, solo el 20% de cada venta.

a. ¿Cuánto cobró Camila si en noviembre vendió productos por un total de $ 15.000?

$ 1.950

b. ¿Y en diciembre, que vendió por un total de $ 29.850?

$ 3.435

c. ¿En qué caso es más conveniente la ganancia por el trabajo?

Es más conveniente para Julieta a partir de los $ 900 de ganancia.

d. **Armá** una tabla de valores en tu carpeta. **Proponé** posibles ventas para cada una y **calculá** el monto a cobrar.

Producción personal.

e. **Representá**, en un mismo sistema de ejes cartesianos, los datos de las tablas anteriores y **comparalas. Escribí** las conclusiones a las que arribaste.

Producción personal.

5. **Completá** los datos que faltan en cada tabla y **respondé**.
Dos autos se dirigen a Córdoba por una ruta recta y a velocidad constante. El primer auto parte desde una ciudad que se encuentra a 70 km de Bariloche a una velocidad de 115 $\frac{km}{h}$. El segundo parte desde la ciudad de Bariloche. La siguiente tabla muestra la información de ambos autos.

Primer auto

TIEMPO (HORAS)	1	2	6	$10\frac{3}{4}$
DISTANCIA (EN KM)	115	230	690	1.236,25

Segundo auto

TIEMPO (HORAS)	$\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{2}$	8
DISTANCIA (EN KM)	60	330	660	960

a. ¿Qué auto va más rápido?

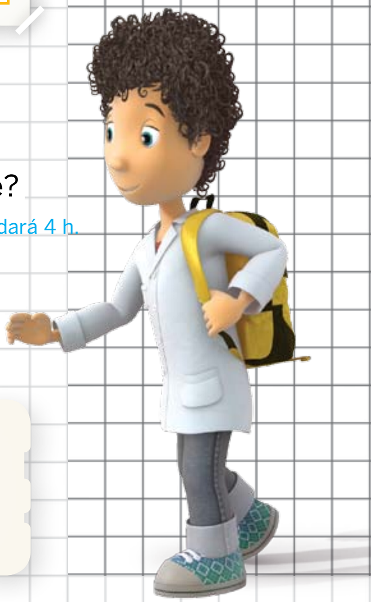
El segundo.

b. ¿En qué momento el primer auto se encuentra a 390 km después de Bariloche?

A los 390 km se le debe agregar 70 km de distancia desde que partió, llegó a Bariloche y siguió el auto 1. Tardará 4 h.

c. ¿En qué momento el segundo auto recorrió 180 Km desde Bariloche?

Luego de $1\frac{1}{2}$ h.



Trabajar solo

- **Buscá** información que te permita saber cuál es la distancia entre Bariloche y Córdoba y **calculá** el tiempo que utilizó cada auto del problema anterior en llegar a Córdoba.

Producción personal.

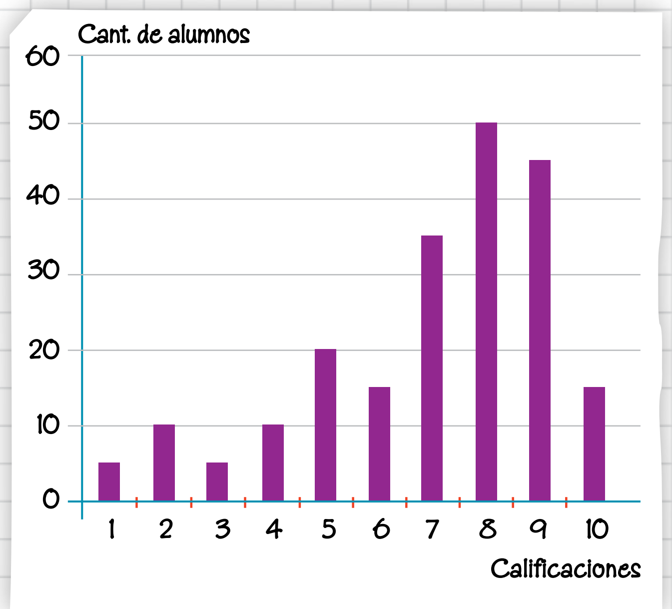
Interpretación de gráficos

Hago mis cuentas

En estas páginas se van a representar gráficamente situaciones con variables discretas y continuas. Según las características de las variables es el método de representación que se va a utilizar. En la página 100 se va trabajar con variables discretas y en la página 101 con variables continuas. Se representan los datos de un mismo problema de dos formas distintas. Se sugiere al docente que muestre a los alumnos que, según la información que se quiera recabar, algunas veces conviene un tipo de representación y otras veces, otra.

1. **Observá** el gráfico de barras y **respondé**.

Luego de recabar unos datos, la profesora de ciencias utilizó la siguiente representación para analizar la información de algunos de sus cursos.



a. ¿Qué calificación fue la más obtenida por los alumnos?
8

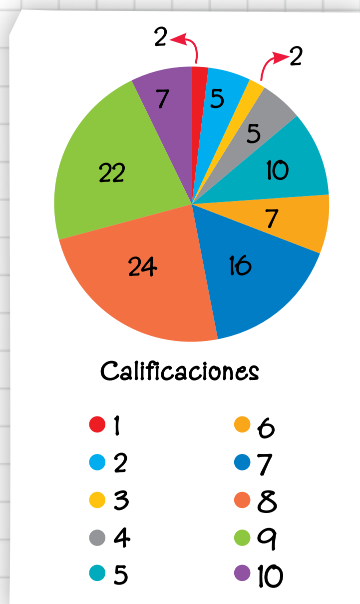
b. ¿Qué cantidad de alumnos obtuvieron la nota máxima?
50

c. ¿Cuál fue el número de alumnos aprobados? ¿Y la cantidad de aplazados?
160 alumnos obtuvieron nota entre 6 y 10.

d. ¿Cuál es el total de alumnos que tiene esta profesora?
210

2. **Observá** el gráfico circular y **respondé**.

La profesora ahora preparó otro gráfico con la información que obtuvo sobre las calificaciones de los alumnos para presentarle a la directora.



a. Los datos de este gráfico no están presentados en cantidad de alumnos sino que están expresados de otra manera, ¿de qué manera?
Porcentaje.

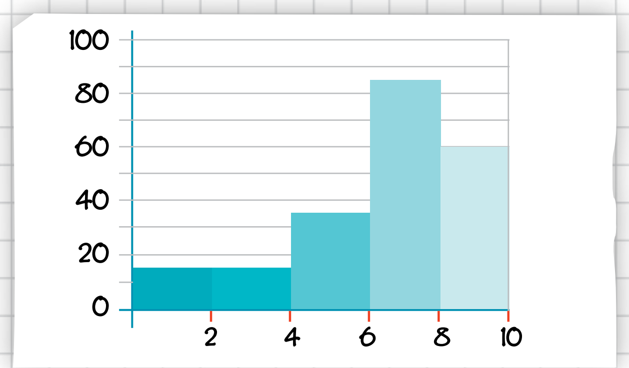
b. ¿Qué representa cada porción del gráfico circular?
La cantidad de alumnos que obtuvo cada nota expresada en porcentaje.

c. ¿Qué porcentaje de alumnos sacó la nota máxima?
7%

d. ¿Cuál es el porcentaje de alumnos que sacó entre 8 y 10?
53%

e. ¿Cuál es la calificación obtenida por casi $\frac{1}{4}$ de los alumnos de esta profesora? ¿Cómo te diste cuenta?
8

3. **Analizá** cómo presenta la docente, ahora, la información en este gráfico llamado histograma y **contestá.**



a. ¿Qué diferencias hay en el eje vertical con respecto al gráfico de barras?

Producción personal.

b. ¿Qué información se encuentra en el eje horizontal? ¿Qué diferencias encontrás con el gráfico de barras?

Las calificaciones agrupadas por intervalos.

- **Compartan** sus opiniones y **anoten** en sus carpetas las conclusiones a las que llegaron. Producción personal.

Hago mis cuentas

En esta página se representan situaciones con variables continuas. El docente podría sugerir que los alumnos propongan algunas variables continuas para diferenciarlas de las discretas. También podrían hacer una encuesta en sus hogares o en la escuela y luego volcar los datos en alguno de los gráficos o tablas estudiados.

4. **Armá** en tu carpeta un histograma que permita analizar la información a partir de los siguientes datos referidos a las edades de un grupo de colaboradores de una ONG. Luego, **respondé.**

Producción personal.

EDAD (AÑOS)	FRECUENCIA
[15 – 20]	25
[20 – 25]	35
[25 – 30]	56
[30 – 35]	79
[35 – 40]	62
[40 – 45]	61

a. ¿Qué grupo etario registra mayor participación en la organización?

30-35 años.

b. ¿Y menor participación?

15-20 años.

c. ¿Cómo se leen estos datos en el histograma?

Producción personal.

Teoría

Un **histograma** es una representación gráfica de una variable continua. En el eje horizontal se registran los datos agrupados en **intervalos**, como vimos en el último problema, donde se agruparon las edades de 5 en 5.
En el eje vertical se anota la **frecuencia**, o sea, la cantidad de veces que se repite cada dato. Se construyen rectángulos para cada intervalo.

Debates en vaivén

- **Discutan** entre todos qué diferencias encuentran en las diferentes formas de representar la información.
- **Escriban** en sus carpetas: ¿qué representación les resulta más sencilla? ¿Por qué?

Producción personal.

Hago mis cuentas

Frecuencias absolutas y relativas

1. **Respondé** en tu carpeta las preguntas teniendo en cuenta los datos de la tabla que informa sobre el promedio de algunos clubes de fútbol de primera A que pueden descender de categoría.

N°	EQUIPO	2012-13	2013-14	2014	2015	TOTAL	PJ	PROMEDIO
1	Independiente	0	0	33	51	84	48	1,750
2	River	64	58	39	49	210	124	1,694
3	Boca	51	61	31	64	207	124	1,669
4	San Lorenzo	58	60	26	58	202	124	1,629
5	Lanús	67	59	35	39	200	124	1,613
6	Newell´s Old Boys	74	56	25	37	192	124	1,548

Fuente: http://www.futbolparatodos.com.ar/descenso/#primera-division 07/11/2015.

a. ¿Qué significa que algunos equipos tengan 0 puntos en los torneos jugados, por ejemplo, en 2012/2013?

No jugaron el torneo.

b. ¿Cómo se obtiene el valor total?

Suma de la cantidad de puntos obtenidos por los partidos jugados.

c. ¿Cuántos partidos jugados a lo largo de los torneos tiene…

- …Independiente? 48
- …San Lorenzo? 124

d. La última columna informa el promedio de cada club para el descenso de categoría, **conversen** entre ustedes cómo creen que se calculan esos resultados. Pueden controlarlos con la calculadora.

Se obtienen del cociente entre el total de puntos y los partidos jugados.

2. **Calculá** cuál es la altura promedio de los alumnos varones de entre 12 y 13 años de un curso si los datos son los siguientes. **Anotá** la respuesta en tu carpeta.

Total 23,25 : 15 = 1,55 m (promedio).

1,48 1,52 1,49 1,59

1,60 1,62 1,47 1,46

1,69 1,54 1,67 1,48

1,50 1,56 1,58

3. **Tené** en cuenta los datos que se recolectaron luego de realizar una encuesta donde se preguntaba a las familias de una escuela qué cantidad de salidas o paseos realizan durante un mes, y **respondé.**

1-3-2-1-0-2-1-0-1-2-3-0-0-1-1-4-1-1-2-0-3-0-2-1-2-3-4-4-2-
2-3-1-0-1-2-3-4-0-3-3-3-2-2-1-0-4-0-4-1-1-1-2-2-0-1-4-3-4-4-2

a. ¿Cuántas fueron las familias encuestadas?

60

b. **Organizá** los datos de la encuesta en una tabla y **contestá**.

Producción personal.

- ¿Cuál es la moda?

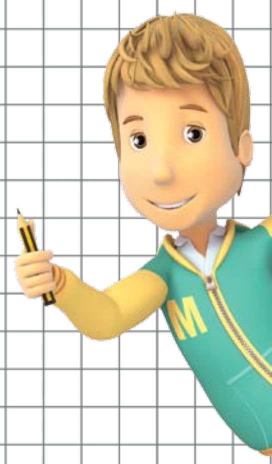
1

Hago mis cuentas

En este ejercicio, donde los mismos datos se repiten muchas veces, se ve la utilidad de organizar los datos en una tabla y registrar su frecuencia para luego poder graficarlos, analizarlos o sacar conclusiones.

Teoría

La cantidad de veces que un dato se repite en la muestra recibe el nombre de **frecuencia**. Por ejemplo, en el problema anterior, el 0 se repite 11 veces.
El valor del dato con mayor frecuencia se denomina **moda**.
El valor de la variable que se repite **n** cantidad de veces se denomina **frecuencia absoluta** y el cociente entre la frecuencia absoluta y el tamaño de la muestra es la **frecuencia relativa**. Se puede expresar la frecuencia relativa como porcentaje, es decir, al cociente o razón que obtuvimos como frecuencia relativa, podemos expresarlo como porcentaje al multiplicarlo por 100.
En el ejemplo, la frecuencia absoluta de 4 es 9 y la frecuencia relativa es $\frac{9}{60}$ o 15%.



4. **Calculá** la frecuencia relativa para cada uno de los valores de la variable del problema anterior. Luego, **expresala** como porcentaje.

0: 11/60 = 18,33%; 1: 16/60 = 26,66%; 2: 14/60 = 23,33%; 3: 10/60 = 16,66% y 4: 9/60 = 15%.

5. **Analizá** los datos que se presentan en la tabla y **determiná** la frecuencia relativa y la frecuencia porcentual.
En una escuela se presentaron cuatro proyectos para ponerle nombre a la biblioteca.

NOMBRE PROPUESTO	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	FRECUENCIA PORCENTUAL
René Favaloro	180	0,2	20
Manuel Belgrano	270	0,30	30
María Elena Walsh	360	0,4	40
Macacha Güemes	90	0,1	10
TOTAL	900	1	100

Problemas que son emblema

1. **Resolvé** en tu carpeta demostrando cómo lo pensaste.

a. Una empresa que distribuye agua cobra por su servicio \$ 0,25 por litro de agua consumido. Si el total a pagar por lo que se consumió es de \$ 366, ¿cuántos litros de agua se consumieron?

1.464 l

b. Julieta recibió la factura de su celular y los cargos por el servicio son los siguientes: abono \$ 106, precio por minuto de llamada \$ 0,75, internet \$ 4,25 por día. **Calculá** cuánto gastó Julieta si la factura corresponde a 25 días y figuran \$ 68,25 por llamadas realizadas. **Determiná** cuántos minutos habló.

\$ 280,5 gastó y habló durante 91 minutos de llamadas.

2. **Realizá** en tu carpeta una tabla agrupando los datos en intervalos convenientes. Estos datos corresponden al peso de bebés recién nacidos durante una semana en un sanatorio, expresados en gramos.

Producción personal.

3.600 - 3.225 - 2.550 - 3.940 - 4.800 - 3.870 - 2.030 - 3.460 - 3.520 - 2.100 - 2.990 - 2.860 - 3.000 - 3.630 - 2.940 - 3.460 - 3.500 - 3.680 - 3.380 - 3.850 - 2.750 - 3.890 - 3.950 - 2.950 - 3.570 - 3.530 - 2.290 - 3.700 - 3.390.

a. **Indicá** la frecuencia.

b. **Construí** un histograma.

c. ¿Cuál es el intervalo de mayor frecuencia?

3. La siguiente tabla muestra las frecuencias de las notas de 40 alumnos en una evaluación. **Calculá** la moda y la frecuencia porcentual.

Moda 8.

NOTAS	5	6	7	8	9	10
FRECUENCIA	0	2	9	14	7	8
	0%	5%	22,5%	35%	17,5%	20%

4. Matías grafica con un programa informático un rectángulo de 5 cm de base, va cambiando la altura entre 0,25 cm y 10 cm y calcula el área. **Armá** en tu carpeta una tabla con distintas alturas y el área.

Producción personal.

- **Graficá** la situación en un sistema de ejes cartesianos.

5. **Calculá** el promedio entre los siguientes valores.

49 | 53,4 | 50,9 | 48,75

50,5125

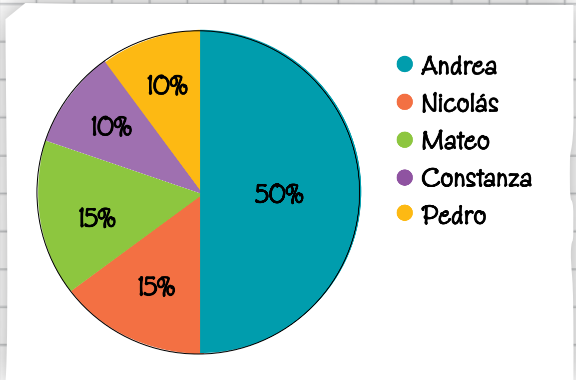
6. **Observá** el gráfico y, teniendo en cuenta los datos, **resolvé**.

Los alumnos de 7.° votaron representantes para el centro de estudiantes. En total fueron 60 votos.

a. ¿Qué cantidad de votos obtuvo cada representante? **Elaborá** una tabla que muestre esa información.

Andrea: 30 votos; Nicolás y Mateo: 9 votos cada uno; Constanza y Pedro: 6 votos cada uno.

b. ¿Quién salió electo? Andrea.



7. **Busquen**, en grupos, información sobre gustos musicales en el curso. **Establezcan** tres tipos de gustos de música, **consigan** por lo menos entre 30 y 50 respuestas y **organicen** la información en una tabla de frecuencias absolutas y relativas.

Producción personal.

¿Cómo... analizar datos estadísticos?

En muchas ocasiones, se toman decisiones analizando información estadística.

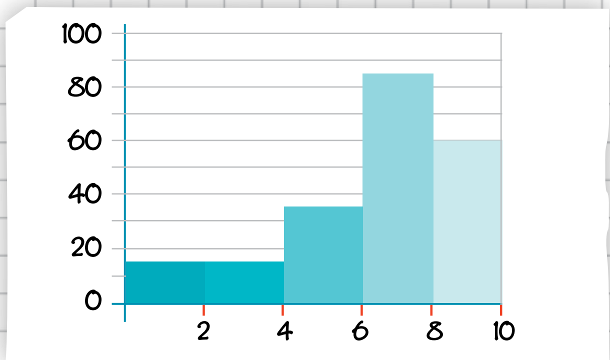
Por ejemplo, una marca de algún producto analiza los gustos de un sector de la población antes de lanzar un nuevo producto al mercado.

También es necesario tener información estadística sobre el rendimiento de estudiantes o las pruebas de alguna medicación o vacuna, relevar las opiniones sobre un programa de televisión o el desempeño político de un candidato. Es decir, la **estadística** se puede utilizar en muchos ámbitos sociales.

Recolectar y estudiar datos estadísticos permite obtener información, pero es importante cómo y cuántos datos tener en cuenta. Por ejemplo, no se puede certificar que un medicamento es efectivo si se probó en pocos casos.

Hay varias formas de recolectar datos: encuestas, observaciones, experiencias de laboratorio, comparación de datos con otros más antiguos, etcétera.

Es fundamental que, luego de hacer los cálculos o los gráficos, se analice la información que esos valores obtenidos muestran y, a partir de ellos, tomar decisiones.



Al analizar los datos del problema que resolvieron en la pág. 101, pueden extraerse distintas conclusiones; una de ellas podría ser que los alumnos han mostrado un buen desempeño, ya que la cantidad de aprobados con buenas notas es mayor que la de aquellos que sacaron entre 1 y 6.

1. **Recorran** grupalmente los diferentes gráficos del capítulo y las conclusiones que escribieron para algunos problemas. **Compartan** entre ustedes el análisis de la información que pueden obtener a partir de ellos.

Producción personal.

El medallero

Autoevaluación en clase

Cada respuesta correcta vale **20 puntos**

BRONCE	PLATA	ORO
100 puntos	120 puntos	140 puntos

1

> **Marcá** con un ✓ la opción correcta.

Un auto recorre 60 km en $\frac{1}{2}$ hora a velocidad constante. ¿Cuál es la distancia en 50 minutos?

○ 120 ✓ 100 ○ 90

Puntaje verificado: ___ pts.

2

> **Completá** los espacios vacíos.

Un rectángulo tiene 20 cm de perímetro. Si la base mide $2\frac{1}{2}$ cm, la altura mide $7\frac{1}{2}$ cm

Puntaje verificado: ___ pts.

3

> **Subrayá** la moda en la siguiente tabla de frecuencia.

CANTIDAD DE HIJOS	FRECUENCIA
1	87
2	28
3	103
4	49

Puntaje verificado: ___ pts.

4

> **Indicá** si es verdadera (V) o falsa (F) la afirmación.

☐ Lucas cobra $\frac{1}{10}$ del importe de lo que vende más $ 110 fijos y Pedro cobra $\frac{1}{5}$ del importe de sus ventas más $ 70. Lucas cobra más que Pedro.

Depende cuál haya sido la venta.

Puntaje verificado: ___ pts.

5

> **Calculá** el promedio del peso de estas tres personas.

89,6 kg 47,1 kg 102,4 kg.

79,7 kg

Puntaje verificado: ___ pts.

6

> **Completá** el espacio vacío.

La frecuencia porcentual del candidato A en las elecciones es 49,2% si sobre un total de 2.500 votos obtuvo 1.230.

Puntaje verificado: ___ pts.

7

> **Subrayá** el color que estará representado por un sector con mayor superficie en el gráfico circular: el rojo, si sobre un total de 700 datos la frecuencia es 75 o el negro, si sobre un total de 500, la frecuencia es 60. El negro.

Puntaje verificado: ___ pts.

Mi puntaje total: ___ puntos.

Escribí tu nombre bajo la medalla que ganaste. Si no obtuviste ninguna, revisá el capítulo.

Actividades

1. Los alumnos de la escuela están haciendo la maqueta de un aula. A uno de los chicos, Martina, se le ocurrió cambiar la forma de los cerámicos. **Conversá** con tus compañeros.

a. Si quisiera usar cerámicos con forma de triángulos, ¿qué debería tener en cuenta?

Deberá estar atento a combinar los ángulos de los triángulos de manera que no queden espacios libres.

b. ¿Cualquier triángulo servirá como baldosa?

Sí, siempre y cuando se tengan en cuenta los ángulos de los mismos.

c. Si se quiere realizar un piso con triángulos que formen cuadrados, ¿qué triángulos servirán como baldosas?

Triángulos isósceles y rectángulos.

9

➡ En este capítulo: **GEOMETRÍA I** • **P**ropiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo o paralelogramo • **C**onstrucción de figuras usando triángulos, paralelogramos, cuadrados, rectángulos y polígonos regulares • **C**ubrimientos con triángulos y cuadriláteros

Geometría I

> Al grupo de Bautista se le ocurrió usar baldosas con forma de triángulos isósceles rectángulos. **Dibujá** cómo podría quedar el diseño del piso.

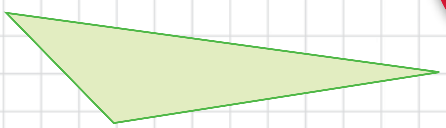
Producción personal.

Ángulos que son problema

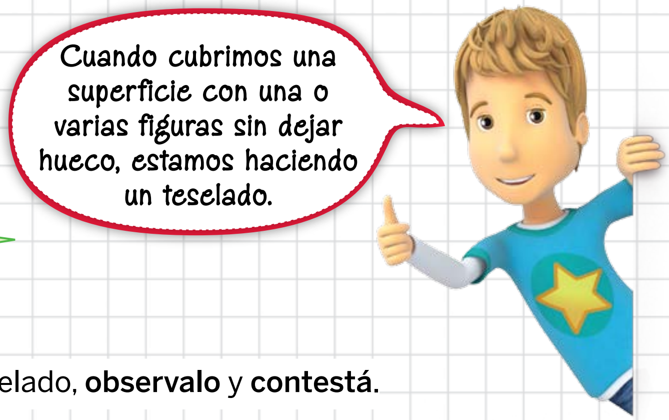
Hago mis cuentas

En esta página se trabajará con la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo para poder justificar la teselación del plano utilizando triángulos. El docente podría plantear a los alumnos que traten de justificar si se puede cubrir el plano utilizando cualquier tipo de triángulos o si tienen que cumplir alguna condición especial, como ser equilátero o no tener ángulos obtusos.

1. **Realizá** en una hoja blanca un teselado usando solo triángulos como el siguiente.



Producción personal.



2. **Elegí** un punto interior de tu teselado, **observalo** y **contestá**.

a. ¿Cuántos triángulos se juntan en ese punto para lograr cubrir el plano sin dejar huecos?

8

b. ¿Cuánto suman las amplitudes de los ángulos interiores de distintos triángulos que coinciden en ese punto?

360°

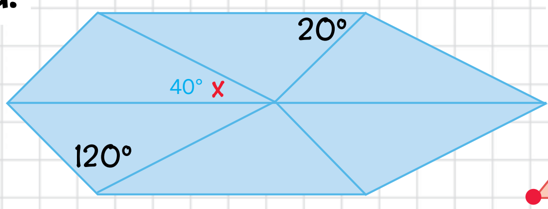
c. ¿Suman lo mismo en algún otro sector del embaldosado?

En todos los puntos interiores.

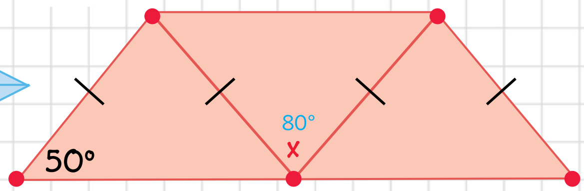
En el ejercicio 3 queda claro que se puede cubrir el plano utilizando un triángulo escaleno obtusángulo, por lo tanto, no es necesario que cumplan ninguna propiedad especial para lograrlo.

3. **Anticipá** sin medir cuál es la amplitud del ángulo marcado con una cruz en los siguientes teselados. Si no pudiste anticiparlo, **indicá** por qué.

a.



b.

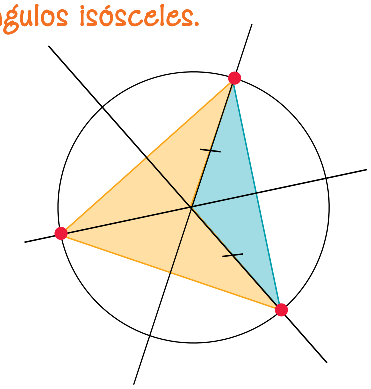


Teoría

Siempre que **sumemos** las amplitudes de los **ángulos interiores de un triángulo**, obtendremos **180°**.

4. **Leé** lo que escribió la chica e **indicá** si estás de acuerdo justificando tu respuesta.

Si trazo las mediatrices de los lados de un triángulo equilátero, puedo encontrar un punto que servirá de vértice a tres triángulos isósceles.



Es verdad lo que dice la chica. A partir de las mediatrices se encuentra el circuncentro, que es el centro de la circunferencia en que se inscribe el triángulo. Como dos lados del triángulo son iguales por ser radios de la misma circunferencia, se puede afirmar que los triángulos son isósceles.

5. **Dibujá** en cada caso un triángulo que reúna las condiciones pedidas. Si no es posible, **escribí** por qué.

Tiene dos ángulos obtusos. No se puede.	Tiene un ángulo recto. Tiene varias soluciones.	Tiene dos ángulos agudos. Tiene varias soluciones.
Tiene un solo ángulo agudo. No tiene solución.	Tiene un solo ángulo obtuso. Tiene muchas soluciones.	Tiene dos ángulos rectos. No tiene solución.

6. **Pensá** y luego **escribí** las respuestas en la hoja donde realizás las construcciones.

Al trazar una diagonal en el cuadrado se dividen a la mitad los ángulos de los vértices que se unen, es decir, se traza la bisectriz de esos ángulos. Si se traza la diagonal de un rectángulo, ¿se traza la bisectriz de sus ángulos también?

No, esto no sucede en el rectángulo.

a. **Realizá** las construcciones en una hoja cuadriculada para comprobarlo.

Producción personal.

b. ¿Podrías anticipar cuánto vale la suma de los ángulos interiores de los triángulos que se forman en cada caso? ¿Por qué?

180°

c. ¿Y la amplitud de cada uno de los ángulos? ¿Por qué?

En el cuadrado, sí; en el rectángulo, no.

Hago mis cuentas

Como el punto donde se cortan las mediatrices de los lados del triángulo es el centro de la circunferencia circunscripta (pasa por todos sus vértices), siempre es posible dibujar tres triángulos isósceles que tengan un vértice en el centro de la circunferencia y los otros dos vértices que coincidan con los del triángulo (porque dos de sus lados serían radios de la circunferencia). El docente podría proponer, luego de resolver el ejercicio 4, que repitan la actividad con un triángulo isósceles o un escaleno obtusángulo, por ejemplo.

Se espera que los alumnos analicen que los triángulos en que quedan divididas las figuras son iguales, además, los triángulos formados por la diagonal del cuadrado son isósceles, por lo tanto, pueden calcular los ángulos interiores y la diagonal también es bisectriz. Esto no sucede con la diagonal del rectángulo, ya que quedarían dos triángulos escalenos rectángulos iguales (si el rectángulo tiene la base y la altura de distinta medida).

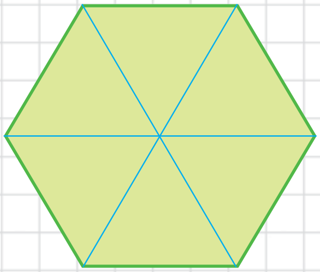
Hago mis cuentas

Se espera que los alumnos dibujen los triángulos con un vértice en el centro del hexágono y los otros dos vértices en vértices consecutivos del hexágono. Deberían poder analizar que, como son isósceles (ya que dos de sus lados son radios de la circunferencia circunscripta) y tienen un ángulo de 60° (el ángulo central), entonces todos sus ángulos son de 60°.

El docente debería recordarles a los alumnos que si un cuadrilátero tiene los cuatro ángulos de 90°, es un rectángulo aunque tenga los cuatro lados iguales. Por lo tanto, se espera que respondan que es un rombo no cuadrado. El docente puede pedirles que justifiquen por qué se puede cubrir siempre el plano utilizando rombos no cuadrados iguales.

Los polígonos regulares y el cubrimiento del plano

1. **Señalá** los triángulos que menciona Constanza en el hexágono si estás de acuerdo con su explicación. Si no estás de acuerdo, **explicá** por qué. Constanza dice que con un hexágono regular también se puede construir un teselado y que lo puede asegurar porque está formado por triángulos.



a. ¿Por qué te parece que el ver los triángulos la ayuda a anticipar el teselado?

Producción personal.

b. ¿Podrías decir, sin medir, si los triángulos de los que habla Constanza son isósceles equiláteros?

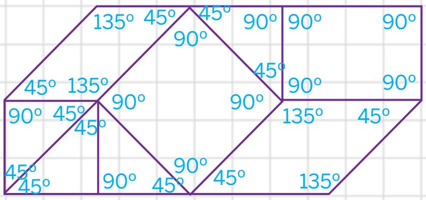
Producción personal.

c. ¿Con qué polígono que tiene sus cuatro lados iguales y no es rectángulo se puede cubrir un plano? ¿Por qué?

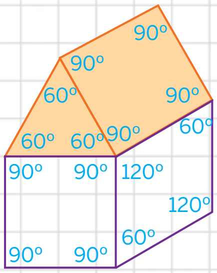
Con el rombo. Explicación: producción personal.

2. **Calculá** el valor de todos los ángulos interiores de cada figura, teniendo en cuenta que…

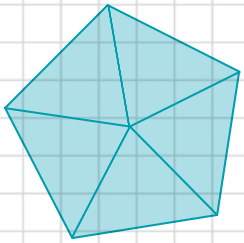
a. …los triángulos que la forman son isósceles.



b. …los triángulos que la forman son equiláteros.



3. Sabiendo que los triángulos que cubren el siguiente polígono son iguales, **calculá** el valor del ángulo central de los triángulos. 360 : 5 = 72°



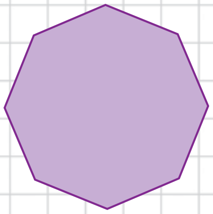
- **Explicá** cómo lo pensaste.

  Producción personal.

- ¿Podrías anticipar si con este pentágono regular se puede armar un teselado? ¿Por qué?

  No se puede armar un teselado usando solo pentágonos regulares. Esto se debe a que cada ángulo interior mide 108° y si unimos 3 en cada vértice, sumamos 324° y no 360°.

4. **Realizá** en hoja lisa, si es posible, un teselado con la siguiente figura. Si no se puede, **explicá** por qué. Luego, **respondé** en tu carpeta.



No es posible hacer un teselado usando solo octógonos regulares porque no se pueden combinar los ángulos interiores para sumar 360°.

a. ¿Cuánto miden los ángulos de los triángulos que convergen en el centro?

El central, 45° y cada uno de los otros, 67° 30´.

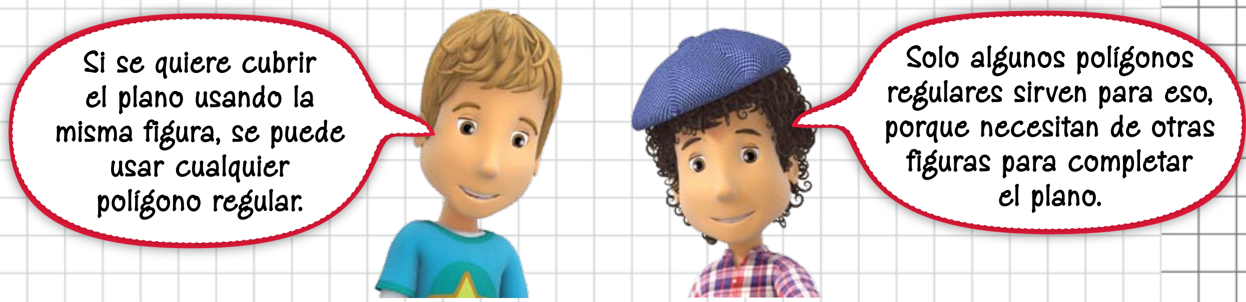
b. ¿Cuánto miden los ángulos interiores del octógono?

135°

c. ¿Cuántos grados faltan para cubrir el plano?

90°

5. **Observá** el diálogo entre los dos chicos y **respondé** en tu carpeta.



a. ¿Cuál de los chicos tiene razón?

Tiene razón el segundo chico.

b. ¿Por qué?

Porque con algunos polígonos es necesario, para completar los 360°, utilizar otras figuras.

6. **Escribí** en tu carpeta las características que debe reunir una figura para que con ella se pueda cubrir el plano sin combinarla.

Tener ángulos que al combinarlos sumen 360°.

Teoría

Si el teselado usa dos polígonos regulares distintos se lo llama **teselado semirregular**.

Hago mis cuentas

Se espera que los alumnos reconozcan que para poder teselar un plano se necesita que la suma de los ángulos interiores de los polígonos que coinciden en sus vértices sea 360°. El docente puede sugerir que los alumnos hagan tablas o listas con las medidas de los ángulos interiores de los polígonos regulares para poder encontrar las combinaciones de ellos que sirven para cubrir el plano.

Más cubrimientos

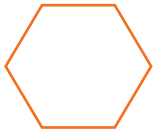
Hago mis cuentas

En estas páginas se trabajarán cubrimientos del plano no solo con polígonos regulares, sino también con polígonos irregulares.

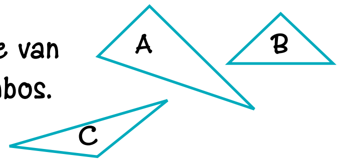
1. **Leé** lo que dice cada chico y **conversá** con un compañero.

Salvador
Con el siguiente paralelogramo puedo construir un teselado.

Laura
Se puede construir este hexágono haciendo un teselado con paralelogramos.



Joaquín
Si uso los siguientes triángulos para hacer teselados, se van a formar cuadrados, rectángulos, paralelogramos y rombos.

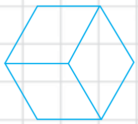


a. ¿Están de acuerdo con lo que dice Salvador? ¿Por qué?

Sí, es correcto. Porque el paralelogramo está compuesto por dos triángulos.

b. ¿Es correcto lo que dice Laura? Si la respuesta es afirmativa, **busquen** y **marquen** en la figura los paralelogramos. Si piensan que no, **expliquen** por qué.

Es correcto. Hay 3 paralelogramos.



c. ¿Cuál de los triángulos usará Joaquín para hacer rectángulos? ¿Hay una única posibilidad? ¿Por qué?

A y B. Porque tienen ángulos rectos.

- ¿Y para hacer cuadrados? **Justifiquen** la respuesta.

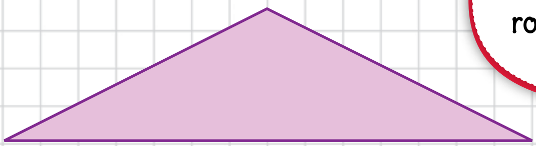
  El B. Porque tiene 2 lados iguales y un ángulo recto.

- ¿Con qué triángulos se podrá formar un rombo? ¿Existe una única respuesta? ¿Por qué?

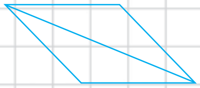
  Con el A. Explicación: producción personal.

Hago mis cuentas

2. **Calcá** el triángulo del rompecabezas, **recortá** varios iguales y, luego, **armá** las figuras que se indican.



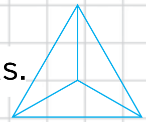
a. Un paralelogramo usando 2 piezas.



- Sin medir, **indicá** el valor de cada uno de sus ángulos interiores.

  Sin medir no es posible calcular los ángulos interiores.

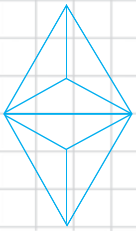
b. Un triángulo equilátero usando 3 piezas.



- Sin medir, **indicá** cuál es la amplitud de los ángulos centrales de cada triángulo y de los ángulos interiores del triángulo equilátero.

  120° y 60°.

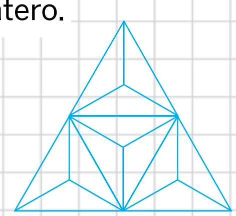
c. Un rombo usando 6 piezas.



- ¿Cuál es la amplitud de los ángulos interiores del rombo? ¿Cómo lo calculaste?

  Dos miden 60° por ser ángulos del triángulo equilátero y los otros dos, 120°.

d. Usando todos los triángulos **armá** un nuevo triángulo equilátero.



- ¿Cuál es la amplitud de sus ángulos interiores en este caso?

  La amplitud de los ángulos interiores sigue siendo de 60°.

Trabajar solo

- Muchos matemáticos se han preguntado cómo cubrir superficies combinando polígonos. **Diseñá** en una hoja cuadriculada un teselado combinando paralelogramos y triángulos. Luego, **explicá** qué tuviste en cuenta para lograrlo. Producción personal.

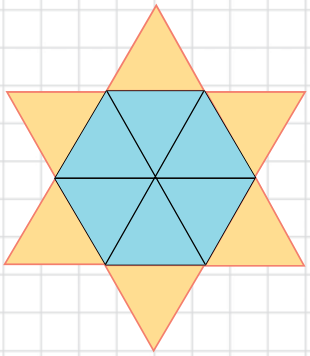
Hago mis cuentas

En esta página se trabajará la invariancia de los ángulos de un polígono al ampliarlo o reducirlo proporcionalmente.
El docente puede sugerir que los alumnos revisen lo trabajado en el ejercicio 1 de la página 58 antes de resolver la consigna del ejercicio 2.
También se sugiere que al cabo de realizar las construcciones en hoja blanca de los puntos 1 y 4 podrían superponerlos con la figura original para descubrir similitudes, posibles diferencias o errores que pudieran ampliarse en una puesta en común grupal.

Reproducción de figuras

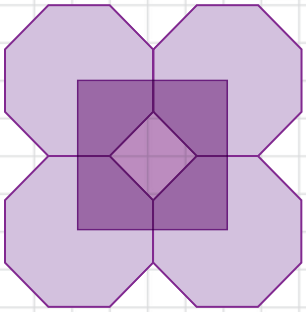
1. **Copiá** en tu carpeta la siguiente figura utilizando regla no graduada y compás.

Producción personal.



2. **Ampliá** el siguiente teselado en tu hoja.

Los lados de las figuras deben tener el doble de la longitud actual.



Producción personal.

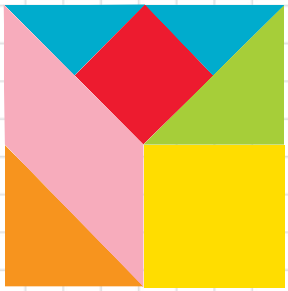
- Al duplicar la medida de los lados, ¿se duplica la medida de los ángulos?

No.

3. **Reproducí** el siguiente Tangram usando solamente regla no graduada y compás.

Los vértices de las figuras interiores son todos puntos medios.

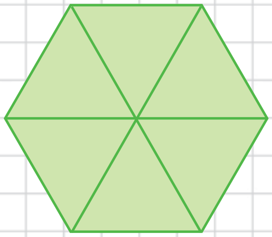
Producción personal.



- **Calculá** el valor de los ángulos interiores de cada figura. **Explicá** cómo los calculaste. Triángulos: uno de 90° y dos de 45°. Cuadrado: 4 de 90°. Paralelogramo: dos de 45° cada uno y dos de 135°.

4. **Copiá** en hoja lisa el siguiente hexágono regular usando regla no graduada y compás.

Producción personal.

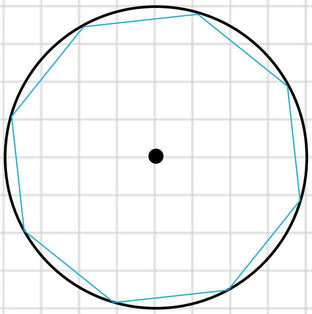


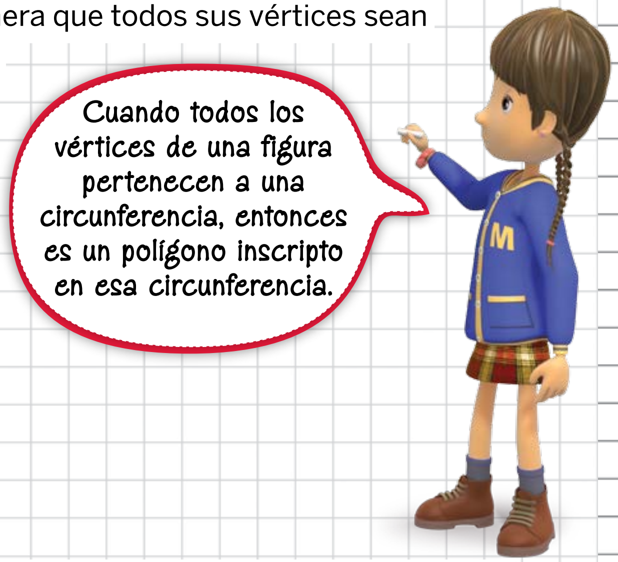
Hago mis cuentas

5. El siguiente segmento es la tercera parte de un lado de un pentágono regular. **Construí** en tu hoja el pentágono indicado.

Producción personal.

6. **Construí** un octógono regular de manera que todos sus vértices sean puntos de la siguiente circunferencia.





7. **Construí** en tu carpeta un hexágono regular inscripto en una circunferencia cuyo diámetro es de 9,5 cm. Luego, **respondé**.

Producción personal.

- ¿Cuánto mide el ángulo central de cada triángulo?

  60°

Debates en vaivén

- **Discutan** entre todos si es posible construir un polígono que tenga un ángulo central de 40°. ¿Y de 90°? ¿Y de 50°? ¿Y de 70°? **Expliquen** cómo lo pensaron.

  Se pueden construir con ángulos de 40°, 90° y de 50°.

El docente puede proponer a los alumnos que busquen todos los polígonos regulares que tengan un ángulo central con una cantidad entera de grados. Para ello deberían buscar los divisores de 360°.

Hago mis cuentas

Se espera que al finalizar las actividades de esta página los alumnos sean capaces de generalizar un procedimiento para obtener la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono convexo.
Se sugiere al docente que proponga algún polígono irregular para que trabajen solos y verifiquen que el procedimiento que encontraron sea el correcto.

Ángulos de los polígonos

1. **Leé** lo que dice cada chico y luego **respondé**.

Sergio dice que para saber cuánto suman los ángulos interiores de cualquier polígono averigua primero la cantidad de triángulos isósceles que se forman al unir los vértices con el centro de la circunferencia donde se inscriben.

Sol dice que ella se imagina el polígono como un teselado de triángulos y que, para encontrarlos, va trazando las diagonales del polígono.

a. ¿Cuál de los procedimientos es correcto?

Ambos, solo que en el de Sol hay que aclarar cuántas y cuáles diagonales.

b. ¿Por qué?

Porque en el de Sergio se obtienen los ángulos interiores y se multiplica por la cantidad de ángulos que tiene la figura. En el segundo, se averiguan los triángulos y se multiplica por 180° para obtener el total.

c. ¿Qué debe tener en cuenta Sol al trazar las diagonales?

Qué diagonales trazar.

d. ¿Utiliza todas las diagonales de cada polígono para encontrar los triángulos del teselado? ¿Por qué?

No. Porque partiría en más figuras de las necesarias.

e. **Explicá** por qué le sirve imaginarse el teselado.

Porque se calcula a partir de la suma de los ángulos del triángulo.

f. ¿Cómo completarías ambos procedimientos?

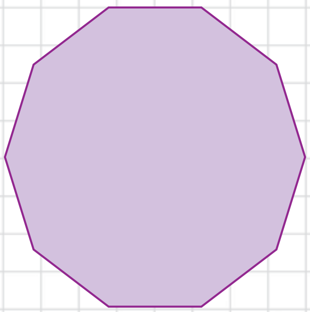
A Sergio le falta hallar la suma de los ángulos interiores y a Sol, saber la cantidad de triángulos para sumar las sumas de los ángulos interiores de todos.

g. ¿Cuál de los procedimientos te permite encontrar primero el valor de cada ángulo interior del polígono?

El de Sergio.

2. **Utilizá** los procedimientos de Sol y de Sergio para calcular la suma de los ángulos interiores del siguiente decágono regular.

36° el ángulo central y 144° los ángulos interiores.



Hago mis cuentas

3. **Analizá** ambos procedimientos y **decidí** si son correctos los cálculos para un polígono de 10 lados. De no serlo, **corregilos** en tu carpeta para que lo sean.

Sergio dice que después de calcular el ángulo central de cada triángulo isósceles, calcula la diferencia entre ese valor y los 180° que suman los ángulos interiores de cada triángulo. Por último, multiplica ese resultado por la cantidad de lados que tiene el polígono.

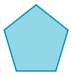
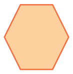
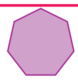
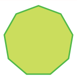
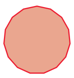
$(180° - 360° : 10) \times 10$

Sol dice que ella elige uno de los vértices del polígono y traza todas las diagonales que lo tienen como extremo. Luego, cuenta la cantidad de triángulos que se formaron y multiplica esa cantidad por los 180° que suman las amplitudes de los ángulos interiores de cada uno.

En este caso sería: $8 \times 180°$.

Ambos son correctos.

4. **Completá** la siguiente tabla.

NOMBRE DE LA FIGURA	POLÍGONO	CANTIDAD DE LADOS	CANTIDAD DE TRIÁNGULOS	SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES	AMPLITUD DE CADA ÁNGULO INTERIOR
Cuadrado		4	2	360°	90°
Pentágono		5	3	540°	108°
Hexágono		6	4	720°	120°
Heptágono		7	5	900°	128°34'17''
Eneágono		9	7	1.260°	140°
Pentadecágono		15	13	2.340°	156°

5. **Leé** lo que dice la chica y **respondé**.

Para calcular la suma de los ángulos interiores de un polígono pienso la siguiente fórmula: $180° \times (n - 2)$.

a. ¿Qué representa la letra n en la fórmula?

La cantidad de lados.

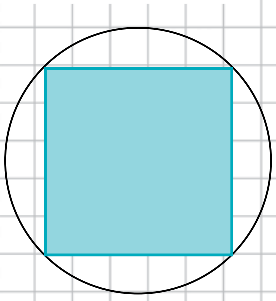
b. ¿Por qué hará n – 2?

Porque al trazar las diagonales desde un vértice se forman dos triángulos menos que lados.

Problemas que son emblema

1. En el siguiente dibujo se muestra una figura inscripta en una circunferencia. Sin medir, **indicá** si esa figura es un cuadrado. **Explicá** en la carpeta tu procedimiento.

Sí.



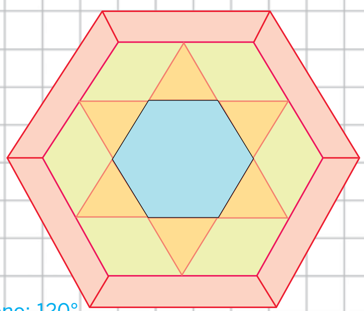
a. ¿Cuánto miden los ángulos de los triángulos que se forman al trazar una de sus diagonales?

Uno 90° y los otros 45°.

b. ¿Y los que se forman al trazar las dos diagonales?

Uno 90° y los otros 45°.

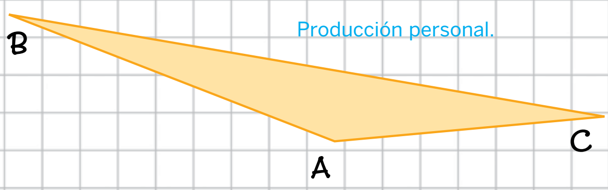
2. **Calculá** el valor de los ángulos interiores de las figuras que se usaron en el siguiente teselado. **Explicá** tu procedimiento.



Hexágono: 120°.
Triángulos equiláteros: 60°.
Paralelogramo: dos ángulos de 120° y los otros dos de 60° cada uno.
Trapecio: dos de 60° y dos de 120°.

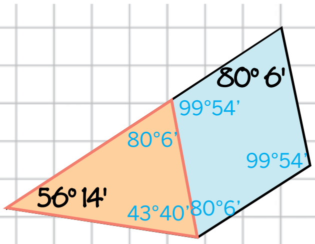
3. **Construí** en tu carpeta el paralelogramo que tiene el lado $\overline{BC}$ del siguiente triángulo como una de sus diagonales.

Producción personal.

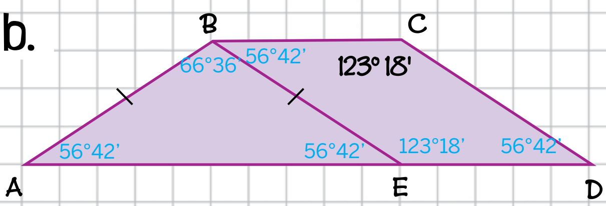


4. **Indicá** el valor de los ángulos interiores en cada una de las siguientes figuras.

a.



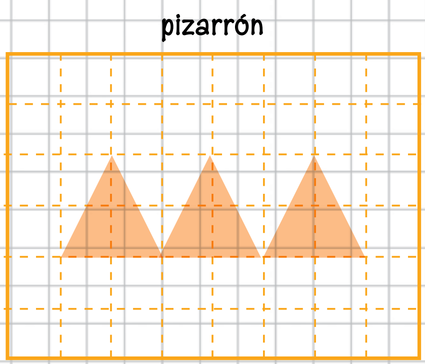
b.



5. **Construí** en tu carpeta un eneágono regular inscripto en una circunferencia que tenga un radio de 5 cm. **Explicá** tu procedimiento paso a paso.

Producción personal.

6. Sin completar el piso del aula, **indicá** cómo quedarán las baldosas contra la pared del pizarrón.



a. ¿Qué ángulo formarán al encontrarse?

180°

b. **Ubicá** otros sectores del teselado donde los ángulos sumen lo mismo al encontrarse.

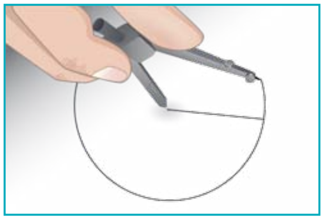
Producción personal.

¿Cómo... construir polígonos regulares inscriptos?

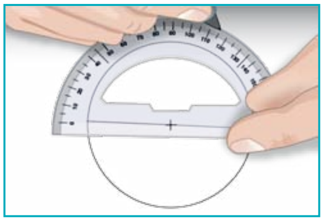
- Para inscribir un pentágono regular en una circunferencia, debemos:

1. Dibujar una circunferencia con el radio indicado.

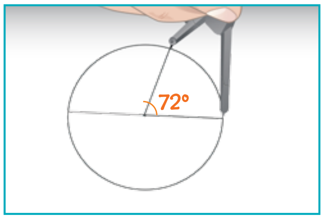
2. Calcular el ángulo central del polígono haciendo 360º dividido la cantidad de lados del polígono; en nuestro caso, 360º : 5 = 72º.



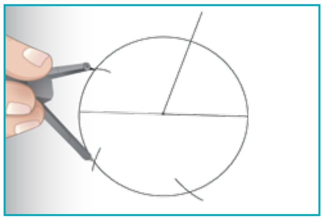
3. Marcar en el centro de la circunferencia el ángulo de 72º.



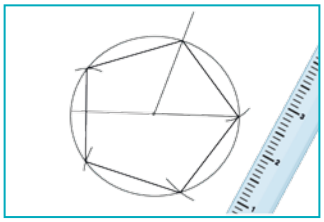
4. Tomar la medida con el compás.



5. Trasladar esa amplitud en el resto de la circunferencia, marcando los puntos donde se corta la circunferencia. Esos serán los vértices del polígono.



6. Unir los vértices consecutivos con regla.



1. **Construí** un polígono de 10 lados usando el procedimiento anterior.

Producción personal.

El medallero

Autoevaluación en clase

Cada respuesta correcta vale **20 puntos**

BRONCE	PLATA	ORO
100 puntos	120 puntos	140 puntos

1

Completá la frase para que la afirmación sea correcta.

- La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .
- La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360° .

Puntaje verificado: __ pts.

2

Tachá lo que no corresponda.

- Los ángulos de los triángulos equiláteros *siempre*/ ~~*nunca*~~ son iguales.
- ~~*Siempre*~~/ *nunca* se puede construir un triángulo que tenga dos ángulos obtusos.

Puntaje verificado: __ pts.

3

Uní con flechas.

- Si un triángulo tiene un ángulo recto, sus otros ángulos son... → agudos.
- Si un triángulo tiene un ángulo obtuso, los otros pueden ser... → agudos.

obtusos.

rectos.

agudos.

Puntaje verificado: __ pts.

4

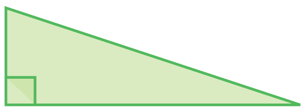
Indicá con verdadero (V) o falso (F).

- V Sabiendo dos ángulos de un triángulo se puede calcular el tercero.
- F Usando cualquier triángulo siempre se puede hacer un teselado.

Puntaje verificado: __ pts.

5

Escribí qué cuadriláteros se pueden armar con dos triángulos como este.



Rectángulo, romboide, paralelogramo.

Puntaje verificado: __ pts.

6

Subrayá la opción correcta.

- Si trazamos las diagonales de un polígono a partir de un mismo vértice obtendremos *igual*/ <u>*menos*</u>/ *más* cantidad de triángulos que lados.

Puntaje verificado: __ pts.

7

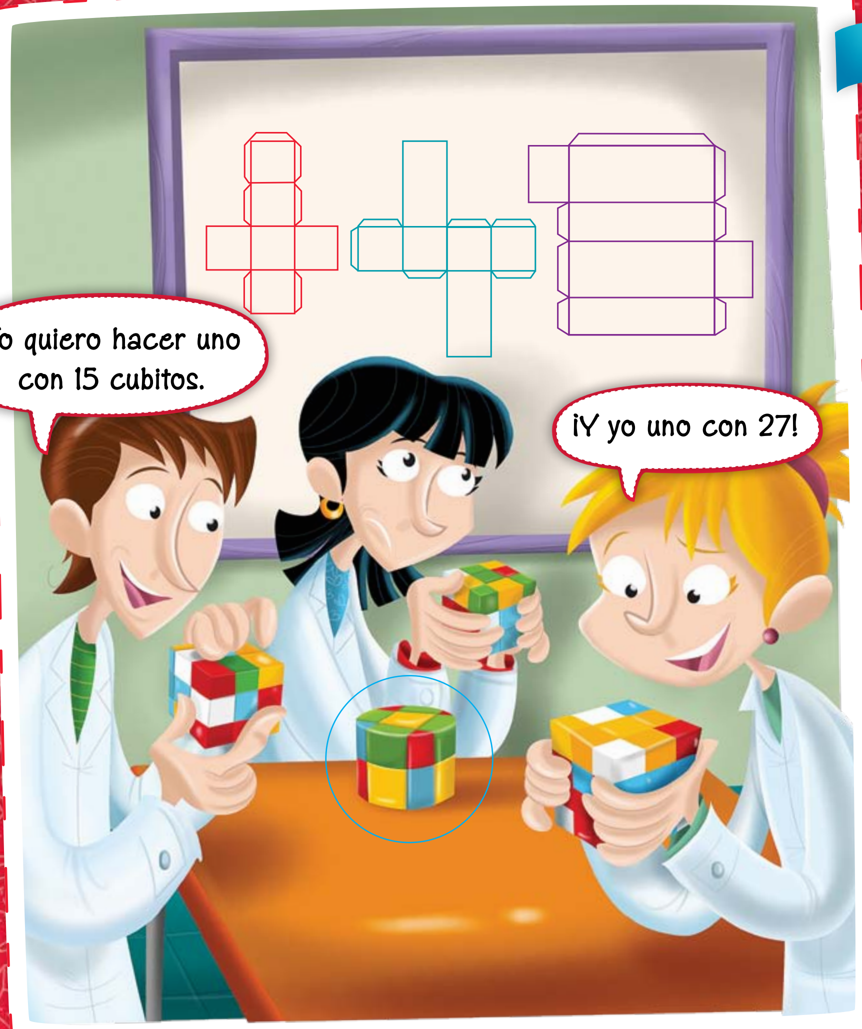
Pintá el cálculo que hacés para averiguar el ángulo central de un polígono.

180° × n	180° : n
360° : n	360° × n

Puntaje verificado: __ pts.

Mi puntaje total: __ __ __ puntos.

Escribí tu nombre bajo la medalla que ganaste.
Si no obtuviste ninguna, revisá el capítulo.



Actividades

1. En la escuela de Julián van a fabricar cubos mágicos para el encuentro de matemática. La maestra dibujó el desarrollo de algunos cuerpos para que los chicos decidan cuál les sirve para construir cubos. **Conversen** entre todos.

a. **Señalen** el juguete que no es un cubo.

b. ¿Cuál de los desarrollos del pizarrón usarían para construir los cubos mágicos? ¿Por qué?

c. ¿Qué cuerpo se obtiene con cada uno de los desarrollos? En el caso de que no se obtenga ningún cuerpo, **expliquen** por qué. b. El primero. c. Un cubo; ninguno y un prisma.

2. **Dibujen** en una hoja lisa el desarrollo que permita construir el "cilindro mágico" que aparece en la imagen. Producción personal.

➡ En este capítulo: **GEOMETRÍA II** • Figuras y cuerpos. Comparación de áreas • Poliedros, desarrollos planos y planos paralelos • Altura de los cuerpos, generatriz del cono y apotema de la pirámide • Composición y descomposición de estructuras en el espacio

10 Geometría II

> **Calculá** cuántos cubitos contiene un cubo mágico de cuatro cubitos por arista. 64

- ¿Y si tuviera 8? ¿Y 2? 512, 8

> **Indicá** con un ✓ cuáles de las siguientes cantidades de cubitos sirven para construir un cubo mágico.

☐ 18 ☑ 27 ☑ 125

Hago mis cuentas

Figuras y cuerpos. Comparación de áreas

1. **Reunite** con un compañero y **resuelvan** los problemas.

a. La maestra quiere entregarle a cada uno de sus alumnos un rectángulo de cartulina blanca que le permita construir en él un cubito de 2 cm de arista. ¿De cuánto deberá ser la superficie mínima del rectángulo si no se tienen en cuenta las solapas en el desarrollo?

48 cm^2.

- Si se duplica la longitud de las aristas, ¿cuánto deberá medir la superficie del papel? ¿Y si se triplica?

192 cm^2, 432 cm^2.

El docente puede sugerir que los alumnos dibujen todos los desarrollos posibles dándoles el valor de una de las aristas. También podrían calcular la menor cantidad de superficie de cartulina necesaria para dibujar cada uno de los desarrollos.

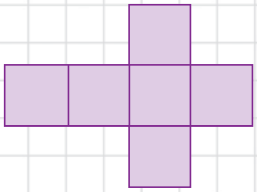
b. Francisco quiere construir un prisma que tenga una arista de 2 cm y la otra del doble de la primera. Si se sabe que tiene al menos cuatro caras iguales, ¿podrías decir cuál es la forma de su base? **Justificá** tu respuesta.

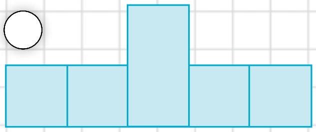
No. Porque si son cuatro caras rectangulares, su base sería un cuadrado, pero si son cinco, sería un pentágono, etcétera.

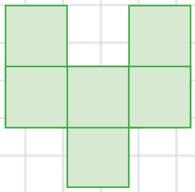
- ¿Y si tuviera solo cuatro caras iguales? ¿Cuál sería el área de la superficie del papel ocupada por cada una de las caras? **Explicá** cómo lo pensaste.

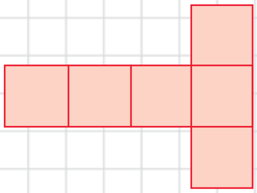
En este caso se puede afirmar que es un prisma cuadrangular. Las caras rectangulares tendrán una superficie de 8 cm^2 y las cuadradas de 4 cm^2.

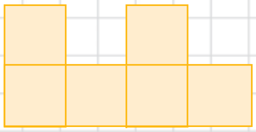
2. Sin hacer cálculos y sabiendo que los siguientes desarrollos están compuestos por cuadrados iguales, **indicá** con un ✓ cuál o cuáles de los siguientes desarrollos ocupa menor superficie. **Explicá** cómo lo pensaste. Producción personal.

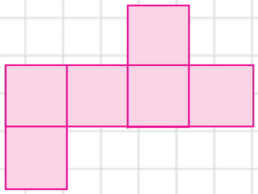
a. ◯


c. ◯


e. ✓


b. ◯


d. ◯


f. ◯


Teoría

Cuando un cuerpo tiene todas sus caras planas se llama **poliedro**. Los que tienen caras curvas se llaman **cuerpos redondos** o **de revolución**.

Debates en vaivén

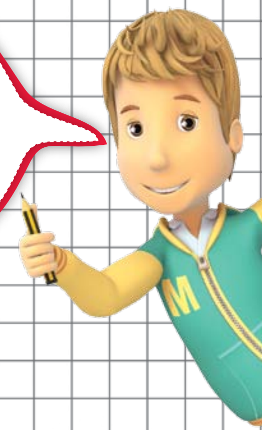
- **Conversen** entre todos y **respondan**. ¿Qué tipos de poliedros conocen y qué características tienen?
- **Armen** entre todos un cuadro con la clasificación en la carpeta.

• Existen poliedros regulares e irregulares. Los poliedros irregulares se dividen en prismas y pirámides. En los primeros, las caras laterales son rectángulos y en los segundos son triángulos. En ambos casos las bases pueden ser diferentes figuras: triángulos, cuadrados, hexágonos, etcétera.
• Producción personal.

3. **Leé** lo que escribió Juan y luego **respondé** en tu carpeta.

Puedo realizar el desarrollo de un poliedro regular usando solo triángulos equiláteros.

Hago mis cuentas



a. ¿Cuál es el menor número de triángulos que deberá unir para armarlo?

4

b. **Realizá** el desarrollo en tu carpeta.

Producción personal.

c. ¿Se pueden obtener otros poliedros utilizando solo triángulos equiláteros? Si pensás que sí, ¿cuáles? Si pensás que no, **explicá** por qué.

Sí, existen 2 más. El octaedro, que tiene 8 triángulos regulares y el icosaedro, que tiene 20.

d. ¿Es posible construir un poliedro regular usando rombos? Si pensás que sí, **dibujá** su desarrollo en la carpeta. Si pensás que no, **explicá** por qué.

Es posible solo en el caso de que el rombo fuese un cuadrado. Porque todas las caras deben ser polígonos regulares, es decir, tener lados y ángulos iguales.

Si los alumnos dicen que no, puede pedirles que revisen la clasificación de los cuadriláteros nuevamente y que vean cuál es la condición para que un cuadrilátero sea rombo. Luego volver a plantear el ejercicio. El objetivo es que los alumnos descubran que un cubo está formado por rombos.

4. Luego de leer qué es el número de Euler, **completá** la tabla y **comprobá** si se cumple en estos poliedros regulares.

$C + V - A = 2$ es una famosa relación descubierta por un matemático llamado Euler y, en su honor, se conoce como "el número de Euler".

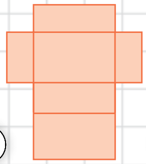
POLIEDRO	CANTIDAD DE CARAS (C)	CANTIDAD DE VÉRTICES (V)	CANTIDAD DE ARISTAS (A)	CÁLCULO PROPUESTO	RESULTADO
Tetraedro	4	4	6	Producción personal.	2
Hexaedro o cubo	6	8	12	Producción personal.	2
Octaedro	8	6	12	Producción personal.	2
Dodecaedro	12	20	30	Producción personal.	2
Icosaedro	20	12	30	Producción personal.	2

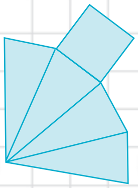
Hago mis cuentas

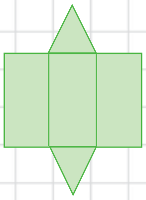
Se sugiere al docente que, luego de trabajar estas páginas, les proponga a sus alumnos que investiguen la relación entre las aristas y el área de su desarrollo cuando las aristas se duplican o triplican, por ejemplo. Luego se podrá retomar el tema en el capítulo 12, cuando se vea volumen.

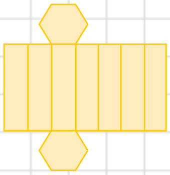
Poliedros, desarrollos planos y planos paralelos

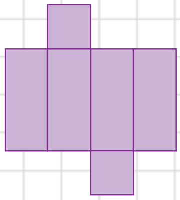
1. **Indicá** con un ✓ cuál o cuáles de los siguientes dibujos corresponden al desarrollo plano de un prisma rectangular cuya base tiene un lado de 6 cm y otro de 4 cm, y cuya altura es de 9 cm.

a.  ✓

b. 

c. 

d. 

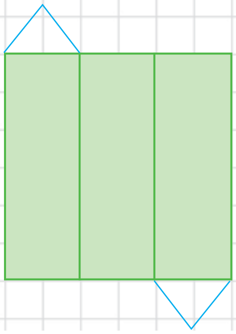
e. 

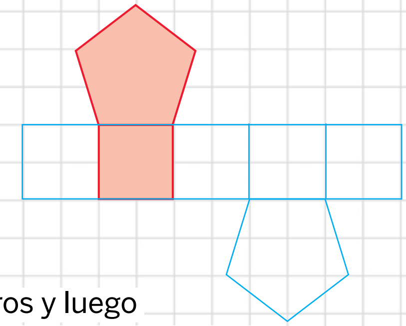
El a. porque todas sus caras son rectángulos.

- **Realizá** el desarrollo en tu carpeta con las medidas indicadas.

Producción personal.

2. **Completá** los siguientes desarrollos para que con ellos se logre construir un prisma.

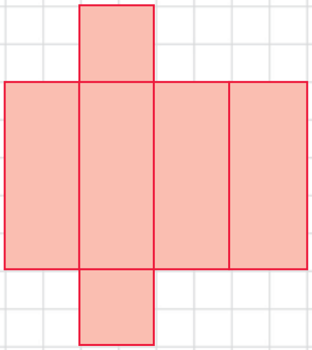
a. 

b. 

- **Compará** tu desarrollo con el de tus compañeros y luego **discutan** si en todos los casos existe un único desarrollo posible.

Los desarrollos no son únicos.

3. **Copiá** en una hoja blanca el desarrollo del siguiente prisma usando regla no graduada, escuadra y compás.



- **Construí** en tu carpeta el mismo desarrollo, pero esta vez duplicando la longitud de sus aristas.

Producción personal.

Hago mis cuentas

4. **Completá** con verdadero (V) o falso (F) justificando tu respuesta.

F **a.** Si se duplica la longitud de las aristas de cualquier poliedro, el área de la superficie ocupada por su desarrollo también se duplica.

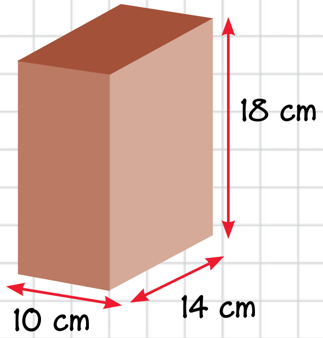
F **b.** Para saber el área total de un prisma, primero se calcula el área de uno de los rectángulos y después se multiplica por cuatro.

V **c.** Para saber el área total de un prisma cuadrangular, primero se calcula el área de uno de los rectángulos y después se multiplica por cuatro y luego se le suma el área de las bases.

- **Escribí** en tu carpeta una fórmula para calcular el área total de un prisma.

Área total = Área lateral + 2 x Área base.

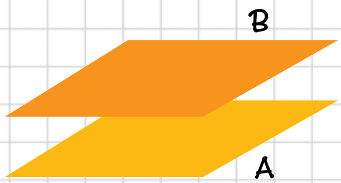
5. **Escribí** las fórmulas que te permitan calcular el área total de la siguiente caja.



B. Área total = 2×14 cm $\times 18$ cm $+ 2 \times 10$ cm $\times 18$ cm $+ 2 \times 14$ cm $\times 10$ cm

6. **Pensá** y **escribí** el nombre del poliedro en el que pensó María Eugenia. **Dibujalo** en tu carpeta y luego **respondé**.

Para un proyecto de reciclaje, María Eugenia quiere presentar una mesa que tenga como pie un poliedro regular. En el siguiente dibujo, el plano A representa el suelo y el B, la tabla de la mesa.



Producción personal. Los poliedros regulares que podrían servir de base son el cubo, el icosaedro y el dodecaedro.

- ¿Cómo es la distancia existente entre todos los puntos que componen el plano A, con respecto a los del B? ¿Cómo definirías la relación entre ambos planos?

Igual. Ambos planos son paralelos.

Teoría

Plano deriva del latín **planus** y se refiere a algo **llano, liso** o **sin relieves**. Para la geometría, es un elemento ideal que solo posee dos dimensiones y contiene infinitos **puntos** y **rectas**.
Cuando dos planos no tienen ningún punto en común y siempre mantienen la misma distancia entre ellos se los llama **planos paralelos**.

Hago mis cuentas

En estas páginas se trabajará la superficie de cuerpos. Se sugiere que el docente repase con los alumnos áreas de triángulos, cuadriláteros y polígonos antes de abordar estos ejercicios.

El docente puede proponer a los alumnos que investiguen cómo son las caras de los prismas o pirámides no rectos. Algunas de las preguntas que puede hacer el docente son: ¿son todas iguales?, ¿en los prismas todas las caras laterales son paralelogramos? Si el prisma no es recto, ¿puede tener más de dos caras laterales rectangulares?

Altura de los cuerpos, generatriz del cono y apotema de la pirámide

1. **Leé** con atención lo que dicen los chicos y **respondé**.

a. ¿Cuál de los chicos tiene razón? ¿Por qué?

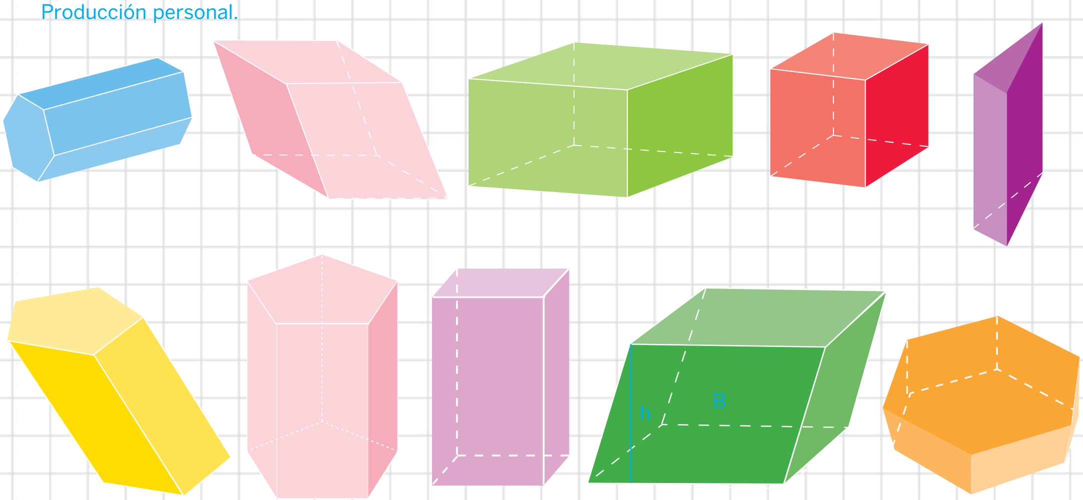
Tiene razón el chico, porque en la mayoría de los prismas se necesitan los datos de las tres dimensiones.

b. ¿A qué cuerpo se refiere el chico?

Cubo.

2. **Señalá** en cada caso en qué lugar del cuerpo se encuentran los datos necesarios para calcular el área lateral.

Producción personal.



a. ¿En todos los casos los datos necesarios son aristas de los cuerpos? Si tu respuesta es afirmativa, **escribí** cómo lo pensaste; si es negativa, **explicá** por qué.

En algunos casos la altura del cuerpo no coincide con la altura de una de las caras laterales y, en consecuencia, tampoco con una arista.

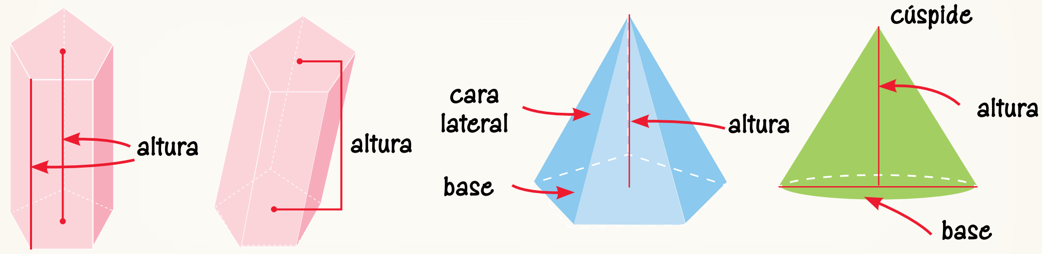
b. ¿En qué lugar de las caras laterales del segundo cuerpo ubicarías la altura de dicha cara? ¿Qué característica del prisma indica ese segmento?

Producción personal. Se espera que pueda evidenciar que corresponde a la altura del cuerpo.

Hago mis cuentas

Teoría

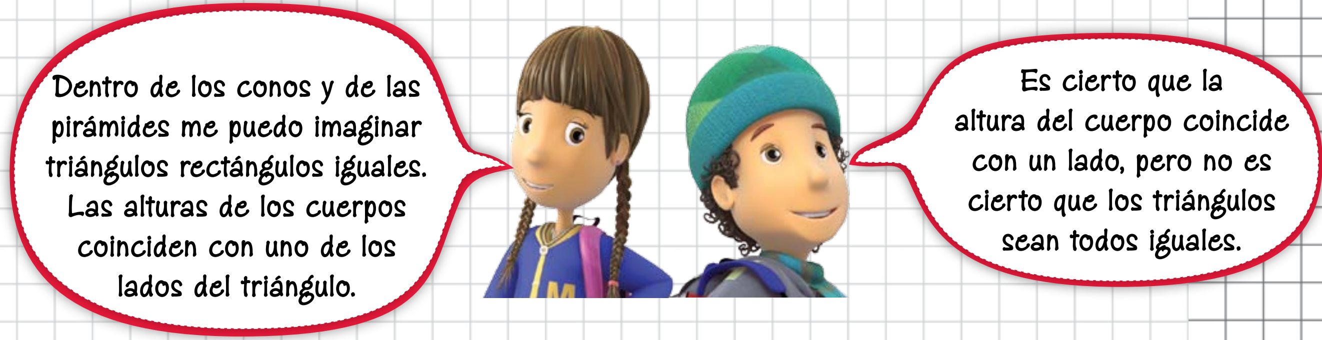
La **altura** de un cuerpo geométrico es la distancia que existe entre el o los puntos más elevados y su base. Esa distancia se representa por medio de un segmento perpendicular a la base.



En el prisma recto, la altura coincide con una de sus aristas laterales. En el prisma inclinado, no.

En los conos y las pirámides, la altura une el vértice opuesto o **cúspide** con la base.

3. **Discutí** con un compañero lo que dice cada chico y **respondé**.



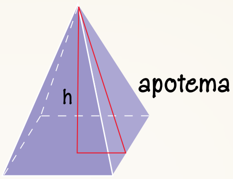
a. ¿Cuál de los chicos tiene razón? ¿Por qué?

Tiene razón el chico, porque los triángulos que se forman dentro de una pirámide no son todos iguales.

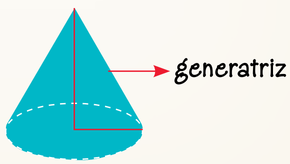
b. ¿En qué casos la altura de las caras laterales coincide con otro lado del triángulo del que habla el chico? Cuando el triángulo coincide con el punto medio de la base de la cara.

Teoría

La **apotema** de la pirámide es la distancia que existe entre el vértice y un lado de la base. En las pirámides regulares, la altura, la apotema de la base y la apotema de la pirámide forman un triángulo rectángulo.



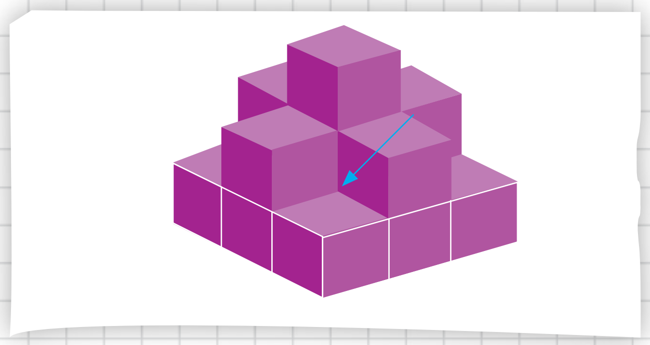
En el cono, el triángulo rectángulo gira sobre el lado que será altura del cono y el lado opuesto al ángulo recto recibe el nombre de **generatriz**.



Hago mis cuentas

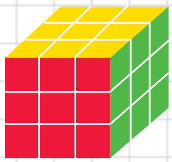
Composición y descomposición de estructuras en el espacio

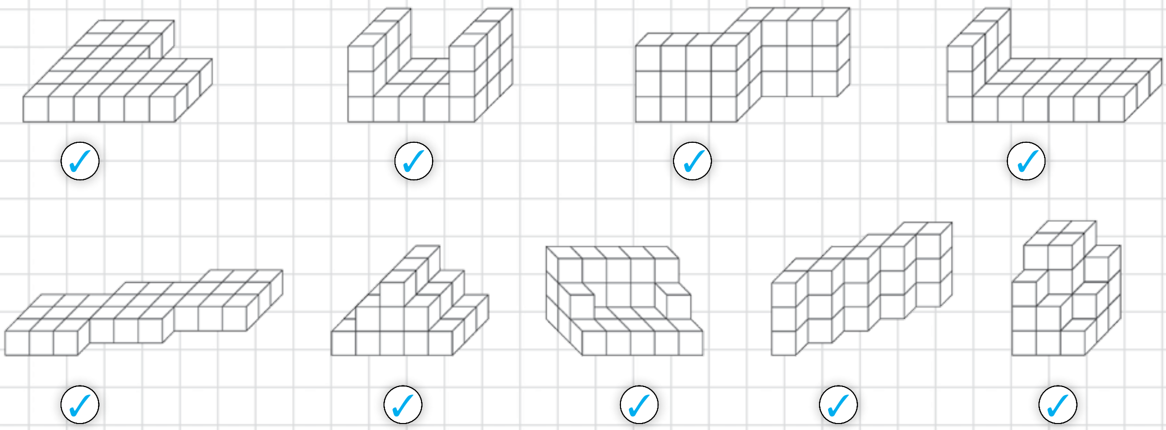
1. **Conversá** con un compañero para decidir quién tiene razón.
Alejandro dice que la siguiente estructura tiene 14 piezas y Guillermo, en cambio, piensa que tiene 15. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?



Ambos. Guillermo está viendo un cubito más en el frente de la figura. Es una ilusión óptica, está señalado.

2. **Marcá** con un ✓ cuál o cuáles de las siguientes estructuras tienen la misma cantidad de piezas que el cubo.
Todas tienen 27 cubitos.

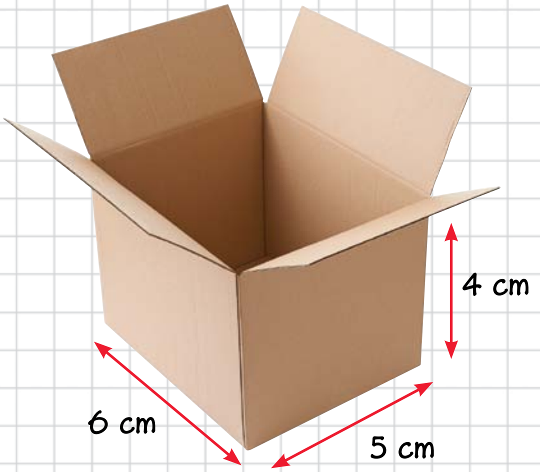




- **Construí** en tu carpeta una estructura como las anteriores empleando 10 cubitos superpuestos o colocando unos sobre otros.
Producción personal.

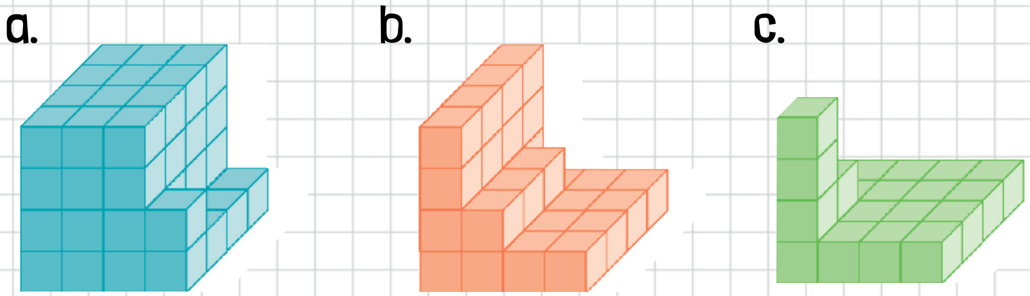
Hago mis cuentas

3. **Completá** el espacio vacío con la cantidad de dados que caben en la caja.
Lucía está acomodando los juegos de la ludoteca de su escuela. Como encontró muchos dados, quiere ponerlos todos en una caja como la siguiente. ¿Cuántos dados de 1 cm de arista podrá acomodar en esa caja?



120 dados.

4. **Indicá** el número de piezas que faltan para que cada construcción se convierta en un cubo.



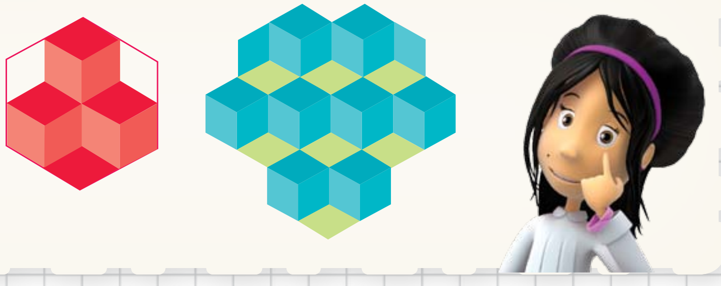
11 | 33 | 44

- ¿Cuántas piezas tiene todo el cubo completo?

$4 \times 4 \times 4 = 64$ piezas

Trabajar solo

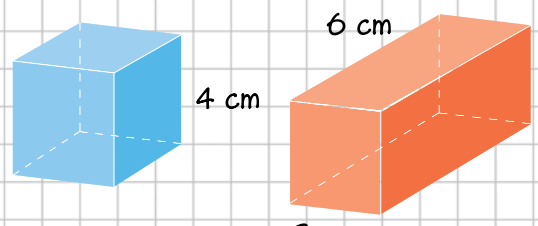
- **Observá** las imágenes y **respondé**. ¿Cuántos cubitos componen las siguientes estructuras?



Las respuestas cambiaran según la perspectiva. En el primero pueden decir tres o seis y en el segundo, ocho o trece.

Problemas que son emblema

1. Construí los siguientes cuerpos en cartulina, respetando las medidas indicadas.



Producción personal.

2. Indicá el nombre del poliedro.
Se sabe que un poliedro tiene 12 aristas y que el número de sus vértices es un número par mayor que cuatro y menor que diez.

a. ¿Podrías decir de qué poliedro se trata? ¿**Existe** una única solución? ¿**Por** qué?

Es posible averiguarlo, solo que no se puede afirmar si se trata de un cubo o de un octaedro porque uno tiene 6 vértices y el otro, 8.

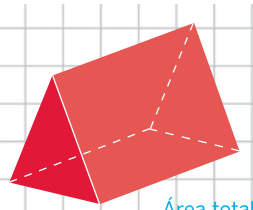
b. ¿**Y** si el número de vértices fuese un número par múltiplo de tres, mayor que cuatro y menor que diez? ¿**Por** qué?

Se trata de un octaedro, porque tiene 6 vértices.

3. Explicá por qué es cierto lo que dice María.
María dice que en todos los poliedros la cantidad de caras más la cantidad de vértices es mayor que el número de aristas.

Sí, es cierto. Se puede remitir a la fórmula de Euler.

4. Escribí una expresión que te permita calcular el área total del siguiente poliedro.



Área total = $\frac{2 \times \text{base} \times \text{altura del triángulo}}{2}$ $+ 3 \times$ base $\times$ altura del rectángulo.

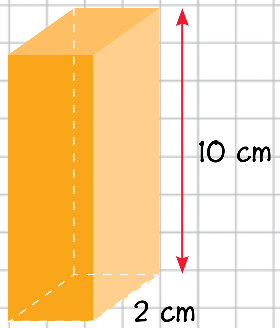
5. Dibujá en tu carpeta un poliedro regular que tenga la menor cantidad de pares de planos paralelos y cuyas aristas midan 5 cm de longitud. **Coloreá** del mismo color las caras que pertenecen a planos paralelos.

Producción personal.

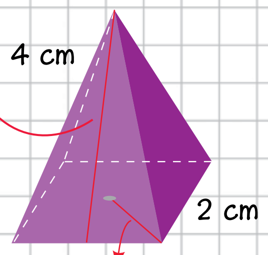
6. Dibujá el desarrollo plano de una pirámide de base cuadrada de 2,5 cm de lado y cuya apotema sea de 3,5 cm.

Producción personal.

7. Calculá el área lateral y total de los siguientes cuerpos.



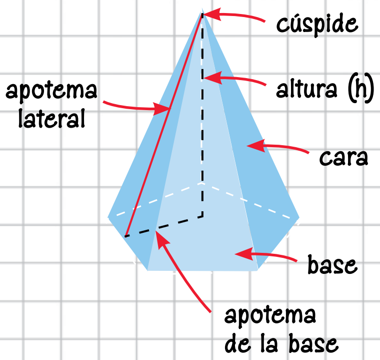
Área lateral: 80 cm².
Área total: 88 cm².

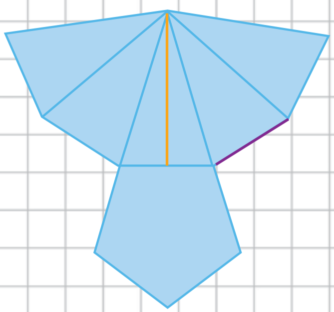


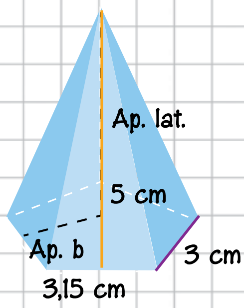
Área lateral: 16 cm².
Área total: 21,2 cm².

¿Cómo... calcular el área total de una pirámide?

Para calcular el área total de una pirámide es necesario sumar el área lateral y el área del polígono que forma la base. Por ejemplo, para la siguiente pirámide pentagonal, podemos observar en el desarrollo plano que el área lateral equivale al área de 5 triángulos iguales.







Es necesario tener en cuenta este desarrollo y las medidas que aparecen en la pirámide:

$$\text{Área lateral} = 5 \times \underbrace{\text{área de un triángulo}}_{5 \times \frac{b \times h}{2}}$$

$$\text{Á. lat.} = \frac{\text{Pb} \times \text{Ap. lat.}}{2}$$

$$\text{Á. total} = \text{Á. lat.} + \text{Á. polígono de la base}$$

$$= \frac{\text{Pb} \times \text{Ap. lat.}}{2} + \frac{\text{Pb} \times \text{Ap. b}}{2}$$

Reemplazando por

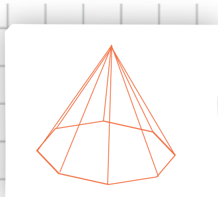
Pb = 3 cm × 5 = 15 cm
Ap. lat. = 5 cm

$$\text{Área lateral} = \frac{15\text{ cm} \times 5\text{ cm}}{2} = 75\,\frac{\text{cm}^2}{2} = 37{,}5\text{ cm}^2$$

$$\text{Á. base} = \frac{15\text{ cm} \times 3{,}15\text{ cm}}{2} = \frac{47{,}25\text{ cm}^2}{2} = 23{,}625\text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 37{,}5\text{ cm}^2 + 23{,}625\text{ cm}^2 = 61{,}125\text{ cm}^2$$

1. **Averiguá** el área total de la siguiente pirámide. **Escribí** cómo lo pensaste en tu carpeta.



Lado del octógono de la base: 2 cm.
Apotema lateral: 4,2 cm.
Apotema de la base: 1,25 cm.

43,6 cm²

2. **Resolvé** con un compañero.
Si se sabe que el área total del desarrollo de un tetraedro es de 43,28 cm² y que sus caras son triángulos equiláteros de 5 cm de lado, ¿cuál será la altura de cada uno de los triángulos que lo componen?

4,328 cm

El medallero

Autoevaluación en clase

Cada respuesta correcta vale **20 puntos**

100 puntos	120 puntos	140 puntos

1

> **Encerrá** la respuesta correcta.
> Un hexaedro regular tiene:

- 6 caras.
- 7 caras.
- 8 caras.

Puntaje verificado: ___ pts.

2

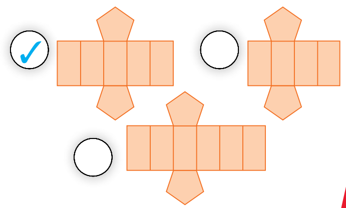
> **Colocá** verdadero (V) o falso (F).

- F Todos los prismas son cubos.
- V Todos los cubos son prismas.
- F Todos los prismas tienen bases iguales a sus caras.

Puntaje verificado: ___ pts.

3

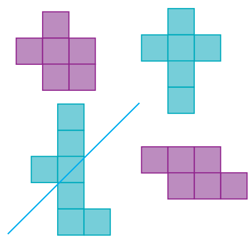
> **Marcá** con un ✓ el desarrollo plano que corresponde a un prisma pentagonal.



Puntaje verificado: ___ pts.

4

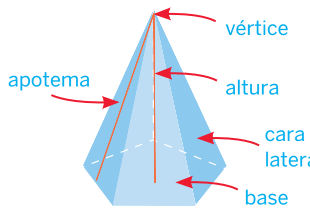
> **Tachá** el desarrollo que no tiene la misma área que el resto.



Puntaje verificado: ___ pts.

5

> **Completá** el dibujo colocando el nombre de cada elemento.



Puntaje verificado: ___ pts.

6

> **Subrayá** los elementos correspondientes a un cono.

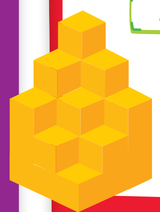
- Arista
- Generatriz
- Altura
- Cúspide
- Cara

Puntaje verificado: ___ pts.

7

> **Completá** la frase con alguno de los siguientes números:

25 | 26 | 27



La siguiente estructura está compuesta por 27 cubos.

Puntaje verificado: ___ pts.

Mi puntaje total: ___ ___ ___ puntos.

Escribí tu nombre bajo la medalla que ganaste.
Si no obtuviste ninguna, revisá el capítulo.

Actividades

1. Los chicos están jugando un juego llamado "Convertimos medidas". Juegan dos parejas enfrentadas que al mismo tiempo sacan una carta del mazo. Cada pareja resuelve la situación planteada. El primero en terminar gana el turno. **Observen** la imagen y luego **resuelvan** la situación que plantea la carta que se lee en la imagen. 35 cm

a. **Expresen** el resultado en milímetros y en metros. 350 mm y 0,35 m.

b. **Compartan** entre todos los modos que emplearon para expresar los resultados en diferentes unidades de medida.

Producción personal.

2. **Calculen** el largo del pelo de María si ahora mide 10 mm más que el de Marcela.

36 cm

➡ En este capítulo: **MEDIDA I** • **U**nidades de medida de longitud: múltiplos y submúltiplos del metro • **U**nidades de medida de capacidad: múltiplos y submúltiplos del litro • **U**nidades de medida de peso: múltiplos y submúltiplos del gramo • **S**istema sexagesimal

11

Medida I

> **Conversá** con tus compañeros y **escribí** tus conclusiones.

- ¿Se podría utilizar otra unidad de medida, además del centímetro, para medir el pelo de una persona?

  Sí, ya que se pueden utilizar escrituras equivalentes.

- ¿En qué casos es conveniente utilizar como unidad de medida el kilómetro?

  Distancias. Ejemplo: desde la ciudad de La Plata hasta Mar del Plata hay 400 km.

Medidas de longitud

Hago mis cuentas

En este capítulo se trabajarán las equivalencias entre los múltiplos y submúltiplos de las distintas medidas de longitud, capacidad y peso.

1. **Observá** la tabla en la que se registran las equivalencias entre unidades de medidas de longitud y luego **resolvé**.

KILÓMETRO (km)	HECTÓMETRO (hm)	DECÁMETRO (dam)	METRO (m)	DECÍMETRO (dm)	CENTÍMETRO (cm)	MILÍMETRO (mm)
1.000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m
			1 m	$\frac{1}{10}$ m	$\frac{1}{100}$ m	$\frac{1}{1.000}$ m

a. **Decidí** si las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). **Justificá** tu respuesta.

V El hectómetro es la décima parte del kilómetro.

F El metro es mil veces el kilómetro.

F 1 dam equivale a 100 cm.

b. **Respondé** en tu carpeta ayudándote con la tabla.

- ¿Cuántos centímetros entran en 1 m? 100 cm
- ¿Qué parte de 1 metro es 1 centímetro? $\frac{1}{100}$
- ¿En cuántas partes iguales hay que dividir el metro para obtener 1 milímetro? En 1.000.
- ¿Cuántos metros entran en 1 km? 1.000 m

2. **Pintá** la opción correcta en cada caso.

a. ¿Cuál de estas escrituras representa 4 hm si se considera como unidad de medida el kilómetro?

0,4 km | 0,04 km | 0,004 km

b. ¿Cuál de estas escrituras representa 8 dam si se considera como unidad de medida el hectómetro?

0,8 hm | 0,08 hm | 0,008 hm

c. ¿Cuál de estas escrituras representa 5 dm si se considera como unidad de medida el decámetro?

0,5 dam | 0,05 dam | 0,005 dam

3. **Completá** la tabla de equivalencias y **respondé.**

hm	dam	m	dm	cm
4,3	43	430	4.300	43.000
0,65	6,5	65	650	6.500
2,4	24	240	2.400	24.000
0,098	0,98	9,8	98	980
0,007	0,07	0,7	7	70

a. ¿Qué cálculos hiciste para pasar 4,3 hm a decímetros? ¿Y a metros?

Multiplicación por 1.000. Multiplicación por 100.

b. ¿Y para expresar 98 decímetros en centímetros? ¿Y en hectómetros?

Multiplicación por 10 y división por 1.000.

4. **Completá** esta tabla.

dm	10	400	2.000	2,5	0,1	0,75	105
m	1	40	200	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{100}$	0,075	10,5

- La relación que existe entre las diferentes unidades de medida presentes en la tabla, ¿es de proporcionalidad directa? ¿Por qué?

Sí, todas las tablas de magnitudes son de proporcionalidad.

5. **Indicá** si es correcto lo que expresa Pedro, justificando tu respuesta.

Pedro dice que 3,486 m es una longitud mayor que 3,9 m porque 486 es mayor que 9.

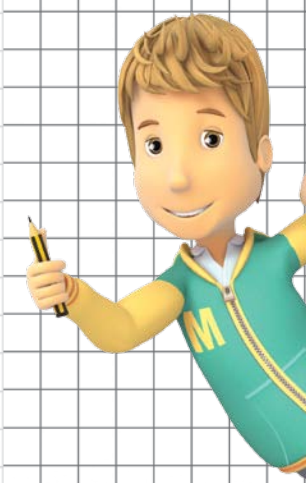
No es correcto.

Debates en vaivén

- **Respondan** entre todos, buscando ejemplos. ¿Cuándo una distancia es mayor: cuando está expresada en metros o en kilómetros? Producción personal.
- **Escriban** qué unidad de medida empleó cada chico. **Identifiquen** si hay más de una posibilidad. Hay varias respuestas posibles. Agustina, 4,6 km y Tomás, 46.000 dm.

Dos chicos midieron una distancia. Agustina escribió su medida así: 4,6 y Tomás, de este modo: 46.000. Las dos son correctas.

Hago mis cuentas



Se aspira a que puedan emplear multiplicaciones o divisiones por la unidad seguida de ceros poniendo el foco en nuestro sistema decimal y así argumentar la idea de correr la coma para un lado o el otro. Para resolver estos ejercicios, pueden también convertir distintas unidades a las que les resulten más cómodas, por ejemplo, pueden tratar de convertir todas las medidas a metros y, partiendo desde ahí, al resto.

Si no surge como conclusión del debate, el docente puede preguntar a los alumnos por qué es necesario que al resolver una situación problemática los datos figuren en la misma unidad.

Hago mis cuentas

Medidas de capacidad

1. **Observá** la tabla en la que se registran las equivalencias entre unidades de medidas de capacidad y luego **resolvé**.

KILOLITRO (kl)	HECTOLITRO (hl)	DECALITRO (dal)	LITRO (l)	DECILITRO (dl)	CENTILITRO (cl)	MILILITRO (ml)
1.000 l	100 l	10 l	1 l	0,1 l	0,01 l	0,001 l
			1 l	$\frac{1}{10}$ l	$\frac{1}{100}$ l	$\frac{1}{1.000}$ l

a. **Decidí** si las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). **Justificá** tu respuesta.

F El kilolitro es la décima parte del hectolitro.

V El litro es mil veces el mililitro.

F 1 dl equivale a 100 cl.

b. ¿Cuántos ml son 0,25 kl? 250.000 ml

2. **Escribí** qué unidad de medida considerás más conveniente para medir la capacidad de estos recipientes.

a. Una pileta de natación. Kilolitro.

b. La capacidad de una cuchara. Mililitro.

c. Un frasco de jarabe. Mililitro.

d. Una botella de leche. Mililitro o litro.

e. Un vaso con agua. Litro o mililitro.

f. Una gaseosa grande. Litro.

3. **Pintá** del mismo color las medidas equivalentes.

1 l — 0,01 hl — 1.000.000 ml

1.000 l — 1.000 ml — 1 kl

4. **Marcá** con un ✓ las escrituras que representen 62 litros y **explicá** cómo te diste cuenta.

✓ 0,62 hl ◯ 6.200 ml ◯ 6,2 l ✓ 620 dl ◯ 6 dal ◯ 2 l

Hago mis cuentas

5. **Resolvé** las siguientes situaciones.

a. Si se dividen 60 l en 10 partes iguales y cada una se vuelve a dividir en 10 partes iguales, ¿qué expresiones indican la medida de estas últimas partes? **Pintalas.**

6 l | 600 l | 0,06 l | 6 dl | $\frac{6}{10}$ l | 6 cl

b. ¿Qué cálculos hay que hacer para expresar en decilitros una medida que está en mililitros? ¿Y en decalitros si está en decilitros?

Dividir por 100. Dividir por 100.

6. **Expresá** las medidas en la unidad que se indica.

3,8 kl = 3.800 l	76 l = 7,6 dal	96 dl = 9.600 ml
3 hl = 30 dal	64 cl = 6,4 dl	5,3 ml = 0,53 cl

- **Compartí** con tus compañeros qué estrategia empleaste para convertir las unidades dadas en las otras solicitadas.

Producción personal.

7. **Indicá** verdadero (V) o falso (F) y **reescribí** las falsas para que sean correctas.

F **a.** 0,04 l es equivalente a 4 ml. Es equivalente a 40 ml.

V **b.** 7 cl es equivalente a 0,07 l

F **c.** 3 dl es equivalente a 0,03 l. Es equivalente a 0,3 l.

8. ¿Cuáles de las siguientes expresiones representan la misma capacidad que 2,25 l? **Marcalas** con un ✓.

✓ 2 l + $\frac{1}{4}$ l	◯ 25 dl + 2 l	✓ 2 l + $\frac{2}{10}$ l + $\frac{5}{100}$ l
◯ 0,0225 kl	✓ $\frac{225}{100}$ l	◯ 2 l + $\frac{25}{10}$ dl
✓ 1.000 ml + 25 cl + 1 l	◯ 0,2 dal + $\frac{1}{2}$ l	◯ 2 l + $\frac{25}{100}$ l

9. En el supermercado venden crema de enjuague envasada en diferentes envases. **Observá** las medidas y **pintá** la medida que define al envase más grande.

2,5 l | 1.500 ml | 150 cl

Hago mis cuentas

Medidas de peso

1. **Observá** la siguiente tabla en la que se registran las equivalencias entre unidades de medidas de peso y luego **resolvé**.

KILOGRAMO (kg)	HECTOGRAMO (hg)	DECAGRAMO (dag)	GRAMO (g)	DECIGRAMO (dg)	CENTIGRAMO (cg)	MILIGRAMO (mg)
1.000 g	100 g	10 g	1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g
			1 g	$\frac{1}{10}$ g	$\frac{1}{100}$ g	$\frac{1}{1.000}$ g

- **Estimá** estos pesos y **uní** con flechas cada uno con la unidad de medida que utilizarías para pesarlos.

Muchas papas para hacer un puré. → Kilogramo.
Un camión. → Gramo.
Un puñado de semillas. → Tonelada.
Una hormiga roja. → Miligramo.

2. **Encerrá** la relación que hace verdadera la afirmación.

a. Un gramo es la *décima/ centésima/ milésima* parte de un kilogramo.

b. Un decigramo es la *décima/ centésima/ milésima* parte de un gramo.

c. Un decagramo es la *décima/ centésima/ milésima* parte de un hectogramo.

d. Un gramo es *diez/ cien/ mil* veces un miligramo.

e. Un kilogramo es *diez/ cien/ mil* veces un hectogramo.

f. Un decigramo es *diez/ cien/ mil* veces un centigramo.

3. **Pintá** en cada pareja el peso mayor.

a. 2.500 kg   2 t + 25 kg

b. $\frac{1}{4}$ g   250 cg

c. 0,5 kg   50 dag

4. **Leé** las situaciones y **expresá** en las plaquetas de color, en gramos, las siguientes cantidades.

a. Leo se pesó y la balanza marcó 32,600 kg. 32.600 gramos.

b. Melina está haciendo una torta y necesita 125 dg de yema de huevo. 12,5 gramos.

c. Felipe compró $3\frac{1}{4}$ kg de queso. 3.250 gramos.

d. La moto de Sandra pesa 0,25 toneladas. 250.000 gramos.

5. **Ordená** de menor a mayor.

4,58 kg | 45,08 hg | 405,8 dag | 45.800 dg | 405.800 cg

405,8 dag = 405.800 cg / 45,08 hg / 4,58 kg = 45.800 dg

6. **Resolvé** con un compañero y **compartan** sus opiniones.

a. ¿Qué cantidad va a ser mayor: la expresada en miligramos o la expresada en gramos? ¿Por qué?

Producción personal.

b. ¿Qué cálculos hay que hacer para transformar en gramos una medida expresada en hectogramos? ¿Y de gramos a kilogramos?

Multiplicar por 100. Dividir por 1.000.

7. **Escribí** 9,653 kg utilizando tres unidades diferentes.

Producción personal.

Hago mis cuentas

Para trabajar en este punto se podrían comparar dos cantidades equivalentes expresadas en ambas unidades (por ejemplo, 8 mg = 0,008 g) con dos medidas utilizando el mismo número y las diferentes unidades, por ejemplo, 1 mg < 1 g. La intención es determinar o comparar las unidades de medidas. Utilizando el mismo número podemos hacer foco en este punto.

Teoría

Las medidas de longitud, capacidad y peso tienen una organización decimal. Sus unidades de medida, el **metro**, el **litro** y el **gramo**, poseen múltiplos y submúltiplos. Para calcular equivalencias entre ellos, nos puede servir recordar los significados de los prefijos.

Kilo: 1.000 veces.	Deci: $\frac{1}{10}$.
Hecto: 100 veces.	Centi: $\frac{1}{100}$.
Deca: 10 veces.	Mili: $\frac{1}{1.000}$.

Trabajar solo

- **Marcá** con un ✓ cuál de las dos chicas lleva más peso en su bolsa. **Explicá** cómo lo pensaste.

Juliana ✓
3 paquetes de yerba, uno de $\frac{1}{4}$ kg, otro de $\frac{50}{100}$ kg y otro de 1,5 kg.

Romina
400 gramos de frutillas, 0,9 kilos de manzanas, $\frac{1}{4}$ kilo de kiwis, 100.000 mg de nueces y $\frac{15}{10}$ hg de cerezas.

Medidas de tiempo

Hago mis cuentas

En estas páginas se trabajará con las unidades de tiempo y de medición de ángulos en el sistema sexagesimal.
El docente puede proponerles a los alumnos que investiguen por qué el sistema de medición de tiempo y ángulos es sexagesimal cuando los otros sistemas de medición son decimales.

Teoría

El **día** es la unidad de medida más antigua. A partir de esta unidad fundamental surgieron otras que equivalen a una determinada cantidad de días o representan una parte del mismo.

UNIDADES MAYORES QUE EL DÍA			UNIDADES MENORES QUE EL DÍA		
NOMBRE	VALOR EN DÍAS	VALOR EN MESES	NOMBRE	VALOR EN MINUTOS	VALOR EN SEGUNDOS
SEMANA	7	$\frac{1}{4}$ aprox.	HORA	60	3.600
QUINCENA	15	$\frac{1}{2}$ aprox.			
BIMESTRE	60	2	MINUTO	1	60
TRIMESTRE	120	3			
SEMESTRE	180	6	SEGUNDO	$\frac{1}{60}$	1
AÑO	365	12			

Para operar con las unidades de tiempo se utiliza el **sistema sexagesimal** o de **base 60**. El mismo que se emplea para operar con ángulos. El sistema angular surge de dividir a la circunferencia en 360 partes iguales, 360°. A su vez, cada grado se divide en 60 minutos y cada minuto en 60 segundos.

UNIDADES	
ANGULARES	DE TIEMPO
Grado (°)	Hora (h)
Minuto (´)	Minuto (min)
Segundo (´´)	Segundos (s)
2° 3´ 9´´	2 h 3 min 9 s

1. **Calculá** y **uní** con flechas las equivalencias.

90 días | 86.400 segundos | 2 semanas | 720 minutos | 4.320 horas

$\frac{1}{2}$ mes | $\frac{1}{2}$ día | 1 semestre | 1 día | 1 trimestre

2. **Resolvé** y **contestá** las preguntas.

a. ¿Cómo averiguarías la cantidad de minutos que hay en tres semanas?

$60 \times 24 \times 21 = 30.240$ minutos.

b. ¿Y la cantidad de segundos que hay en dos días?

$60 \times 60 \times 24 \times 2 = 172.800$ minutos.

c. ¿Cuántos minutos le faltan a 11,5 horas para llegar a $\frac{1}{2}$ día? **Expresalo** en segundos.

11,5 h = $11\frac{1}{2}$ h, por lo tanto le faltan 30 minutos; 30×60 s = 1.800 segundos.

Hago mis cuentas

3. **Calculá** los segundos que hay en los siguientes intervalos de tiempo.

a. 3 h 19 min 26 s = 11.966 s

b. 1 h 42 min 33 s = 6.153 s

c. 4 h 58 min 40 s = 17.920 s

d. 59 min 59 s = 3.599 s

4. **Expresá** en horas, minutos y segundos. Luego, **compartí** con tus compañeros cómo lo averiguaste.

a. 2.300 s = 38 min 20 s

b. 4.042 s = 1 h 7 min 22 s

c. 6.400 s = 1 h 46 min 40 s

d. 16.579 s = 4 h 36 min 19 s

5. **Resolvé** en tu carpeta demostrando cómo pensaste cada situación.

a. Melina fue a mirar la final de un campeonato de tenis. El partido de semifinal duró 3 h, 10 min y 12 s. Y la final duró 2 h, 55 min y 50 s. ¿Cuánto tiempo estuvo Melina mirando los partidos? 6 h 6 min 2 s

- ¿Cuánto tiempo más que la final duró la semifinal?
  14 min y 22 s.

b. En una competencia de triatlón, un participante realizó la primera prueba en 1 h, 34 min y 45 s, la segunda etapa demoró 1 h, 58 min y 37 s, y en la tercera invirtió un tiempo de 30 min y 59 s. ¿Cuánto tiempo estuvo realizando las pruebas?
4 h 4 min 21 s

c. Se emitió un programa solidario de televisión que tuvo una duración de 2 h, 18 min y 31 s. El canal de televisión lo volvió a emitir 3 veces a lo largo de la semana. ¿Cuánto tiempo estuvo en el aire televisivo?
9 h 14 min 4 s

- **Compartí** con tus compañeros las estrategias que empleaste para resolver.
  Producción personal.

6. **Resolvé** en tu carpeta.

a. 120° 45´ 10´´ + 23° 15´ 40" =
144° 0´ 50´´

b. 12° 43' 30" + 13° 23' 42" =
26° 7´ 12´´

c. 4° 23' 40" – 1° 16' 32" =
3° 7´ 8´´

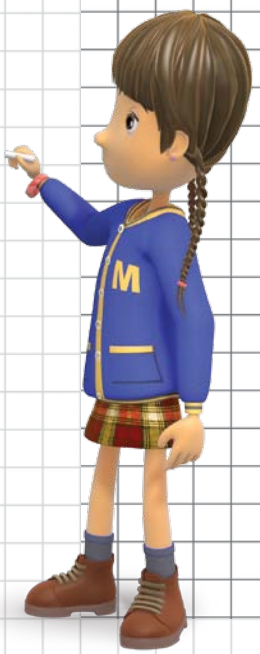
d. 11° 44' 48" – 5° 16' 39" =
6° 28´ 9´´

e. 5° 14' 23" × 5 =
26° 11´ 55´´

f. 32° 13' 34" × 3 =
96° 40´ 42´´

g. 44° 21' 35" : 5 =
8° 52´ 19´´

h. 39° 3' 42" : 3 =
13° 1´ 14´´



Problemas que son emblema

1. Expresá las medidas en la unidad que se indica.

7,8 km = $\boxed{7.800}$ m

45 dm = $\boxed{4.500}$ mm

55 cm = $\boxed{5,5}$ dm

26 m = $\boxed{2,6}$ dam

6 hm = $\boxed{60}$ dam

8,3 mm = $\boxed{0,83}$ cm

2. Pintá la opción correcta.

a. ¿Cuál de estas escrituras representa 7 dal si se considera como unidad de medida el kilolitro?

0,7 kl | 0,07 kl | 0,007 kl

b. ¿Cuál de estas escrituras representa 9 dl si se considera como unidad de medida el mililitro?

90 ml | 900 ml | 9.000 ml

c. ¿Cuál de estas escrituras representa 3 hl si se considera como unidad de medida el decalitro?

3 dal | 300 dal | 30 dal

3. Completá la siguiente tabla.

hg	0,02	300	0,0001	$\frac{1}{4}$	0,0152
dg	20	300.000	$\frac{1}{10}$	250	15,2

4. Encerrá el número que indica el peso menor.

2,7 kg

2,655 kg

- **Explicá** cómo lo pensaste.

Producción personal.

5. Resolvé en tu carpeta este problema.

Lucas compró un botellón de 5 litros de aceite de oliva y quiere trasladarlo a botellas más pequeñas. Si tiene una de $2\frac{1}{2}$ litros, otra de 1.500 ml y la tercera de 0,02 hl...

a. ¿Le faltan o le sobran botellas? ¿Por qué?

2.500 ml + 1.500 ml + 2.000 ml = 6.000 ml = 6 l. Le van a sobrar botellas, porque supera en un litro la capacidad del botellón.

b. Si tuviera botellas de $\frac{1}{4}$ l, $\frac{1}{2}$ l y de 1 l, ¿qué botellas emplearía y cuántas de cada una?

Producción personal.

6. Expresá en horas y minutos. **Escribí** las respuestas en tu carpeta.

a. 150 minutos.

2 h 30 min

b. 240 minutos.

4 h

c. 300 minutos.

5 h

d. 1 día, 3 horas y 30 minutos.

27 h 30 min

7. Resolvé los siguientes cálculos.

a.
$$\begin{array}{r} 12^\circ\ 27'\ 55'' \\ -\ 7^\circ\ 15'\ 54'' \\ \hline 5^\circ\ 12'\ 1'' \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 22^\circ\ 37'\ 45'' \\ +\ 7^\circ\ 25'\ 24'' \\ \hline 30^\circ\ 3'\ 9'' \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 20^\circ\ 15'\ 32'' \\ \times\ 9 \\ \hline 182^\circ\ 19'\ 48'' \end{array}$$

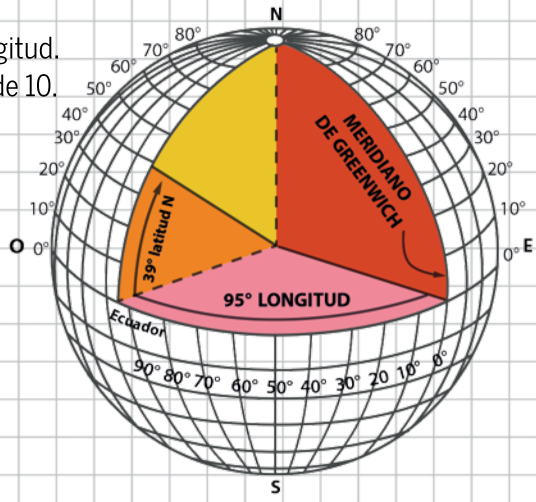
d.
$$37^\circ\ 48'\ 25'' \,\big|\, 5$$

0   7° 33´ 41´´

¿Cómo... analizar el sistema métrico decimal?

El **sistema métrico decimal** surgió como consecuencia de la necesidad de buscar un sistema de unidades único para todo el mundo y así facilitar el intercambio científico, cultural, comercial, etcétera. Así fue que en 1791 la Academia de Ciencias de París propuso:

1. Que la unidad de longitud sea la diezmillonésima parte del cuadrante de un meridiano terrestre.
2. Que se llame metro a la unidad de medidas de longitud.
3. Que sus múltiplos y submúltiplos sean potencias de 10.



- ¿Qué tienen en común las medidas de longitud, capacidad y peso?

1. Tienen una unidad fundamental
   Longitud $\longrightarrow$ metro
   Capacidad $\longrightarrow$ litro
   Peso $\longrightarrow$ gramo

2. Los múltiplos y submúltiplos aumentan y disminuyen de 10 en 10.

3. Los múltiplos tienen como prefijos **kilo**, **hecto** y **deca**, y los submúltiplos tienen como prefijos **deci**, **centi** y **mili**.

- ¿Cómo se descompone un número expresado en una determinada unidad de medida?

Para descomponer un número expresado en cualquier unidad de longitud, capacidad o peso se debe considerar que la última cifra entera ocupa la unidad dada. Hacia la izquierda, cada cifra representa una unidad inmediata superior y hacia la derecha, una unidad inmediata inferior. Por ejemplo:

743,86 m

- 0,06 metros $= \frac{6}{100}$ m $=$ 6 centímetros
- 0,8 metros $= \frac{8}{10}$ m $=$ 8 decímetros
- **3 metros**
- 40 m = 4 decámetros
- 700 metros = 7 hectómetros

1. **Descomponé** las siguientes medidas.

Hay varias alternativas, un ejemplo podría ser:

126,8 dam:	2,075 m:	0,16 km:
1 km + 2 hm + 6 dam + 8 m	2 m + 7 cm + 5 mm	1 hm + 6 dam

El medallero

Autoevaluación en clase

Cada respuesta correcta vale **20 puntos**

100 puntos | 120 puntos | 140 puntos

1

> Completá las unidades de medidas de longitud de modo que cumplan con la igualdad.

23,8 dam = 0,238 km

1,76 dm = 17, 6 cm

4,9 dm = 0,00049 km

Puntaje verificado: ___ pts.

2

> Ordená de menor a mayor.

308 km | 5,674 hm | 30,7 dam | 32,68 hm | 0,67 km

30,7 dam – 5,674 hm – 0,67 km – 32,68 hm – 308 km

Puntaje verificado: ___ pts.

3

> Marcá con un ✓ cuál o cuáles de estas medidas equivalen a 6,023 kg.

- ◯ 6 kg + 230 g
- ◯ 6 kg + $\frac{23}{100}$ kg
- ✓ 6 kg + $\frac{23}{1.000}$ kg

Puntaje verificado: ___ pts.

4

> Corregí las oraciones para que sean verdaderas.

- El hectogramo es la ~~milésima~~ décima parte del kilogramo.
- El ~~gramo~~ kilogramo es mil veces el ~~kilogramo~~ gramo.
- 1 dag equivale a ~~100~~ 1.000 cg.

Puntaje verificado: ___ pts.

5

> Respondé la siguiente pregunta.

¿Cuántos potecitos de 0,25 l de yogur necesito para tener 0,75 dal?

30

Puntaje verificado: ___ pts.

6

> Expresá estas medidas en litros.

0,43 dal = 4,3 l

3,87 hl = 387 l

9,41 kl = 9.410 l

54 cl = 0,54 l

Puntaje verificado: ___ pts.

7

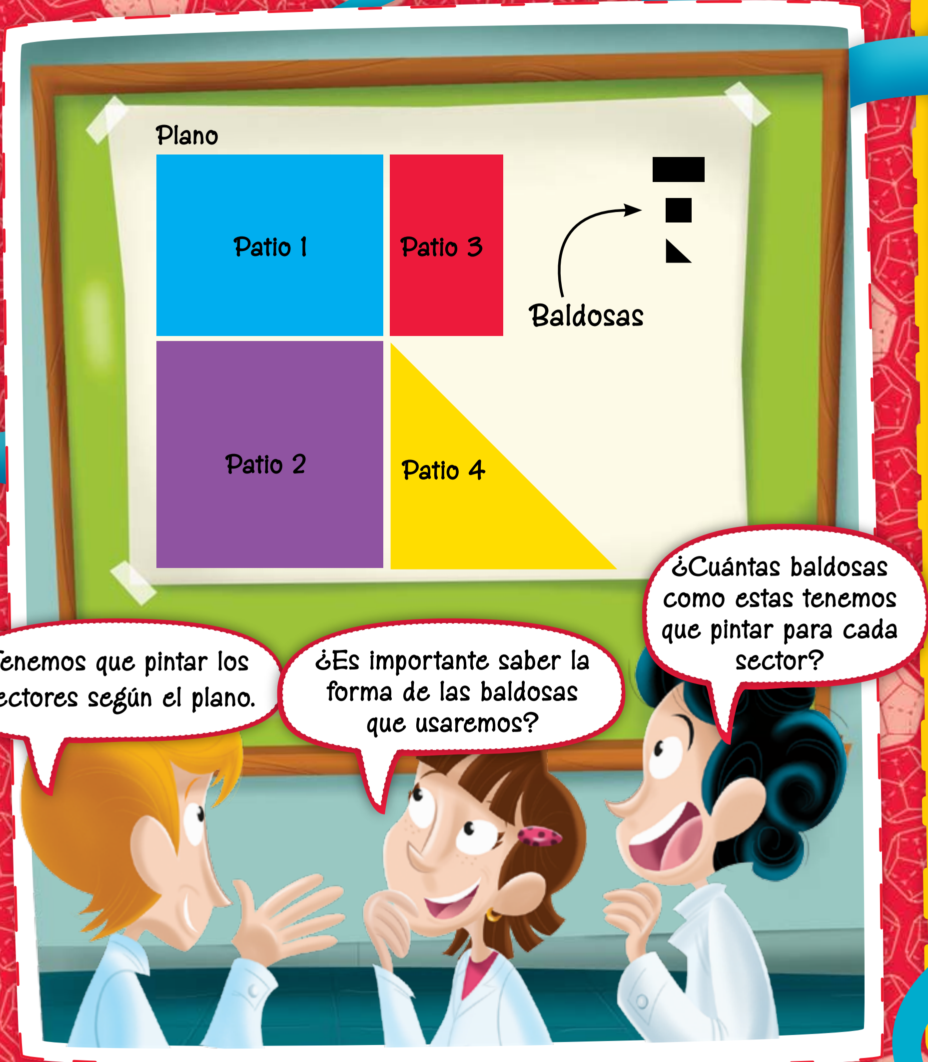
> Calculá cuánto tiempo estuvo María fuera de su casa si para rendir un examen necesitó 1 h, 38 min y 54 s y el viaje duró 2 h, 23 min y 32 s.

4 h 2 min 26 s

Puntaje verificado: ___ pts.

Mi puntaje total: ___ puntos.

Escribí tu nombre bajo la medalla que ganaste. Si no obtuviste ninguna, revisá el capítulo.



Actividades

1. La escuela quiere pintar 4 sectores de distinta superficies para los recreos. Los chicos de 7.º se encargarán de esta tarea con ayuda del plano que elaboraron. Para empezar, deben pintar las baldosas, pero se dieron cuenta de que tienen diferentes formas. **Conversen** entre todos.

a. ¿Cuántas baldosas de cada tipo se necesitan para cubrir cada patio? Producción personal.

b. Para el patio 2 necesitan 64 baldosas cuadradas. ¿Les sirve ese dato para calcular cuántas rectangulares podrán colocar? ¿Y para calcular cuántas triangulares? Sí.

c. ¿Qué relación hay entre el tamaño de las baldosas y la cantidad de veces que entran en un piso? Producción personal.

En este capítulo: **MEDIDA II** • Cálculo de áreas de distintas figuras • Volúmenes de diferentes cuerpos • Comparación de volúmenes a partir de la cantidad de líquido que contienen o desplazan los cuerpos cuando se sumergen • Comparación entre medidas de volumen y capacidad

12 Medida II

> **Resolvé** justificando tus respuestas.

- ¿Es posible modificar el contorno del patio violeta manteniendo su superficie?

  Sí.

- ¿Y del patio rojo?

  Sí.

Hago mis cuentas

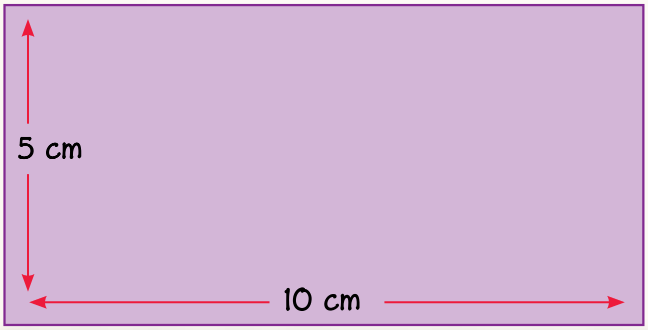
Áreas de rectángulos y triángulos

Teoría

Para medir una **superficie** se calcula la cantidad de veces que está contenida en ella otra superficie, tomada como unidad. El **área** de una figura es la medida de su superficie.

Se utiliza frecuentemente el **metro cuadrado** como unidad de medida del área. Se simboliza **m²**. El área de un cuadrado de 1 metro de lado es 1 m^2.

Existen otras unidades de área muy utilizadas. Por ejemplo, **centímetro cuadrado** (cm^2), 1 cm^2 es el área de un cuadrado de 1 cm de lado; **kilómetro cuadrado** (km^2), 1 km^2 es el área de un cuadrado de 1 km de lado.



El área del rectángulo es 5 x 10 cm^2 = 50 cm^2.
En esta tabla se pueden ver algunas relaciones equivalentes a un metro cuadrado.

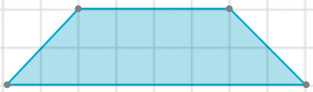
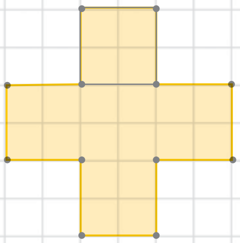
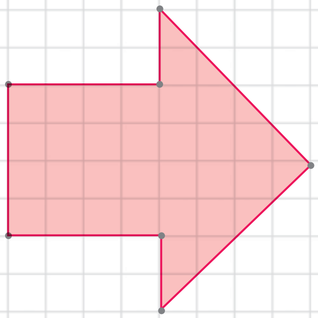
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
Kilómetro cuadrado	Hectómetro cuadrado	Decámetro cuadrado	Metro cuadrado	Decímetro cuadrado	Centímetro cuadrado	Milímetro cuadrado
0,000001	0,0001	0,01	1	100	10.000	1.000.000

1. **Calculá** el área de un terreno rectangular de 8 m de ancho y 46 m de largo.

368 m^2

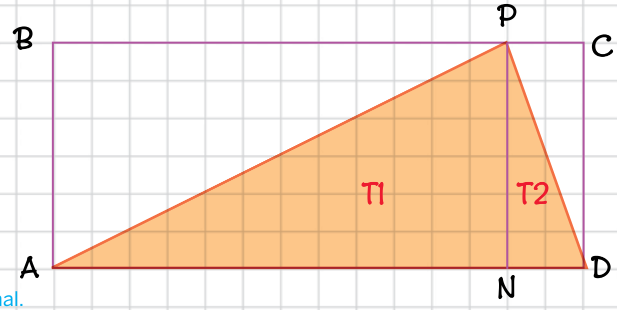
2. **Reunite** con un compañero y **piensen** una manera de calcular el área de las siguientes figuras. Tengan en cuenta que cada cuadradito mide 1 cm de lado.

Producción personal.

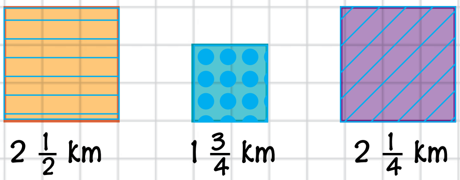
3. **Resolvé** en tu carpeta.

Sabiendo que ABCD es un rectángulo en el cual $\overline{AB} = 5$ cm y $\overline{BC} = 9$ cm, $\overline{ND} = 2$ cm ¿cómo calculás el área del triángulo T1? ¿Y del triángulo T2?



Producción personal.

4. **Escribí** los cálculos que te permitan calcular el área de estos campos cuadrados. **Indicá** el área de cada campo pintándolo del mismo color.

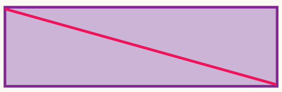


506,25 hm²
30.625 km²
625 hm²
3.062.500 m²
0,0625 m²
0,0625 m²

Teoría

El área de un **rectángulo** se obtiene del siguiente modo: $\boxed{\text{Área} = b \times h}$

El área de un triángulo es la mitad de la de un rectángulo de igual base e igual altura.



Para calcular el área de un **triángulo**: $\boxed{\text{Área de un triángulo} = \frac{b \times h}{2}}$

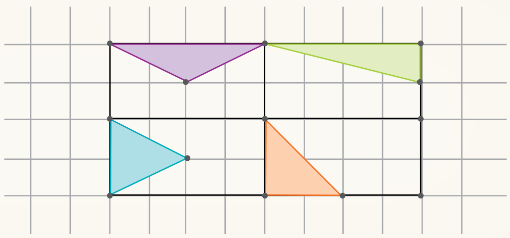
Hago mis cuentas

Se buscará que pongan en juego las relaciones entre rectángulos y triángulos que resultan como mitad de estos. Entonces, si el área de un rectángulo se obtiene $b \times h$, el triángulo se obtendría con $(b \times h) : 2$.

Debates en vaivén

- **Conversen** entre todos y **escriban** en sus carpetas una conclusión. ¿Cuál de los siguientes triángulos posee mayor área?

Todos los triángulos tienen la misma área.



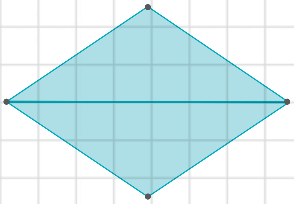
Hago mis cuentas

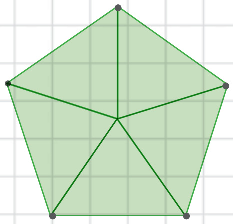
El objetivo es que trabajen en la construcción de la fórmula, teniendo en cuenta las divisiones de las figuras en triángulos.

Áreas de cuadriláteros, polígonos y figuras circulares

1. **Escribí** en tu carpeta los pasos para calcular el área de las figuras.

Producción personal. El área del rombo es 4,75 cm^2 y del pentágono, 5,85 cm^2.



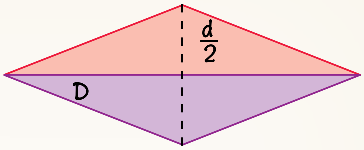


- **Compartí** con tus compañeros las estrategias que elaboraste.

Producción personal

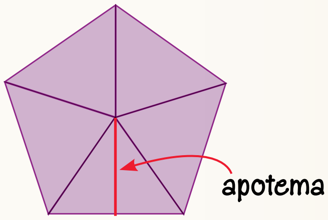
Teoría

El **rombo** se puede dividir en dos triángulos iguales. La base de ambos triángulos es la diagonal mayor del rombo (D) y las alturas de los triángulos componen la diagonal menor (d).



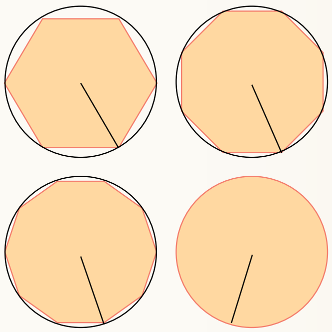
El área del rombo es el doble de $\frac{D \times \frac{d}{2}}{2}$, o sea, $\frac{D \times d}{2}$.

En el caso de los **polígonos regulares**, se pueden dividir en triángulos congruentes, averiguar el área de cada uno y multiplicarla por la cantidad de triángulos que los forman.



$$\text{Área de un polígono} = \frac{\text{Perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$

Al observar los polígonos dibujados se puede ver que si aumenta la cantidad de lados, el polígono se va pareciendo a un círculo y al perímetro del círculo se lo denomina **longitud de la circunferencia** (l) y la apotema se transforma en el **radio** (r).



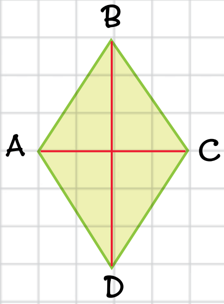
En toda circunferencia $l : 2 \times r = 3{,}1416\ldots$ Este número que aproximamos a 3,14 se llama **π** (**pi**).

El área del círculo la podemos pensar:

$$\frac{\text{perímetro x apotema}}{2} \rightarrow \frac{\text{longitud de la circunferencia x radio}}{2} \rightarrow \frac{2 \times \pi \times r \times r}{2}$$

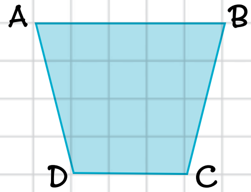
$$\text{Área del círculo} = \pi \times r^2$$

2. **Calculá** en tu carpeta el área de cada una de las siguientes figuras utilizando como unidad de medida el cm^2.

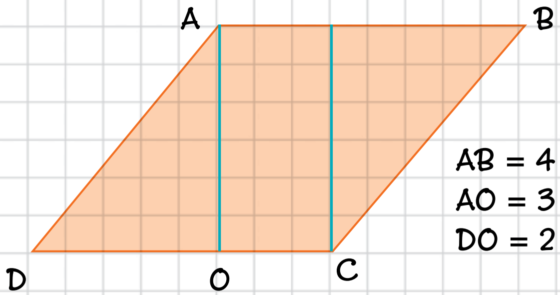


BD = 3 cm
AC = 2 cm

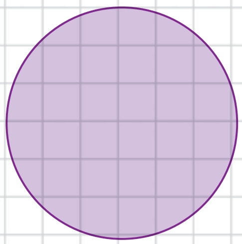
Rombo: 3 cm^2
Trapecio: 4 cm^2
Paralelogramo: 12 cm^2
Círculo: 7, 065 cm^2



AB = 2,5 cm
DC = 1,5 cm
H = 2 cm



AB = 4 cm
AO = 3 cm
DO = 2 cm



r = 1,5 cm

3. **Averiguá** el área de las zonas sombreadas teniendo en cuenta los datos.

a. El cuadrado está circunscripto a la circunferencia.

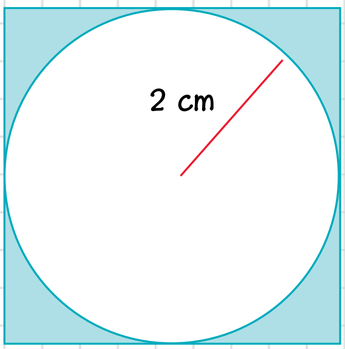
3,44 cm^2

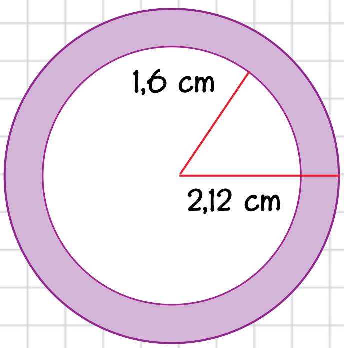
b. Las dos circunferencias son concéntricas.

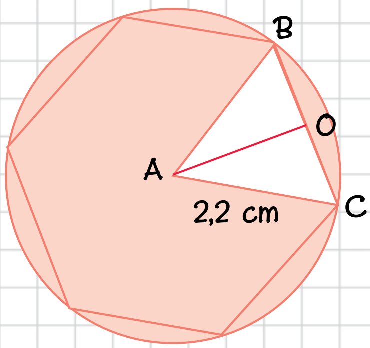
6,074016 cm^2

c. El hexágono está inscripto en la circunferencia y $\overline{AO}$ es la apotema de dicho polígono.

13,2176 cm^2







AO = 1,8 cm

Hago mis cuentas

Se espera que los alumnos descompongan el paralelogramo y el trapecio en triángulos y rectángulos para calcular el área.

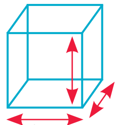
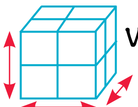
Si los alumnos no pueden calcular el área de la primera figura, el docente puede sugerir que busquen la relación que hay entre el radio del círculo y el lado del cuadrado.
En el área de la última figura el docente puede sugerirles a los alumnos que recuerden qué tipo de triángulos forman un hexágono regular antes de resolver el ejercicio.

Hago mis cuentas

Volumen de cuerpos

Teoría

El **volumen de un cuerpo** es una manera de medir el tamaño del mismo teniendo en cuenta el lugar que ocupa en el espacio. Para calcularlo, se toma un cubo como unidad de medida y se averigua cuántas veces es contenido este cubo-unidad en el cuerpo a medir.

Se considera como unidad un cubo cuyas aristas miden 1 m y su volumen es 1 m³.	 Volumen del cubo = 1 m³
Un cubo de 2 m de arista estará formado por 8 cubos unidad. Entonces, tendrá 8 m³ de volumen.	 Volumen del cubo = 8 m³

Las unidades de volumen utilizadas con más frecuencia son el **metro cúbico**, que se escribe **m³** y corresponde al volumen de un cubo de 1 m de arista, o el **centímetro cúbico**, **cm³**, que es el volumen de un cubo de 1 cm de arista.
En un cubo de 1 m de arista entran 1.000.000 de cubos de 1 cm de arista. Se dice 1 m³ = 1.000.000 cm³.
En esta tabla se muestran los múltiplos y submúltiplos del m³.

km³	hm³	dam³	m³	dm³	cm³	mm³
0,000000001	0,000001	0,001	1	1.000	1.000.000	1.000.000.000

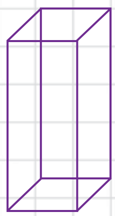
1. **Calculá** en tu carpeta demostrando cómo lo pensaste.

a. ¿Cuántos cubos de 1 m³ entran en un cubo de 27 m³?

27

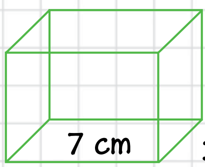
b. ¿Cuántos cubos de 1 m³ entran en un prisma de base cuadrada como el siguiente?

160



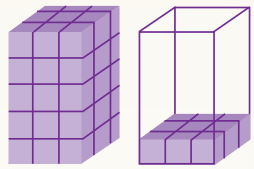
c. ¿Cuántos cubos de 1 cm³ entran en este prisma de base rectangular?

105

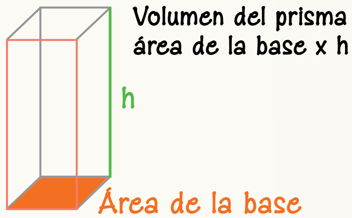


Teoría

Para calcular el volumen de este prisma utilizando un cubo de 1 cm de arista cuyas dimensiones son: ancho = 3 cm, profundidad = 3 cm y altura = 5 cm, debemos averiguar el área de su base y multiplicarla por su altura, que es la cantidad de veces que entra la base en el cuerpo.
Así es que 3 cm × 3 cm × 5 cm = 45 cm³.



De este modo, si la base del prisma es cualquier otro polígono, solo debemos calcular su área y luego multiplicarla por su altura.



Y en el caso del cilindro, la única diferencia es que su base siempre es un círculo.

Hago mis cuentas

2. **Calculá** en tu carpeta el volumen de un cilindro cuyo radio es de 4 cm y la altura de 10 cm.

502,4 cm³

3. **Completá** la tabla con el volumen teniendo en cuenta las medidas de los prismas.

PRISMAS DE BASE CUADRADA		
ARISTA/LADO	ALTURA	VOLUMEN
6 cm	8 cm	288 cm³
12 cm	15 cm	2.160 cm³
3 mm	2 cm	180 mm³

4. **Conversá** con tus compañeros sobre lo que dicen estos chicos y **respondé**.
Juanita contó que para averiguar el volumen del cubo hizo **lado x lado x lado.**
Matías le dijo que él lo escribió de una forma más corta aún. ¿Cuál será?

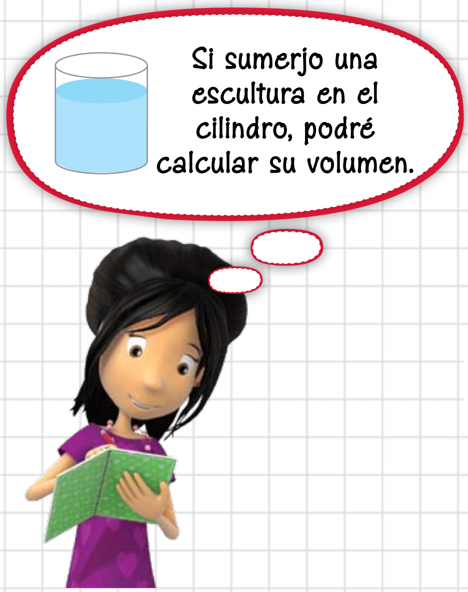
Lado al cubo, l^3.

Hago mis cuentas

Comparación de volúmenes y capacidades

1. **Leé** lo que aparece en el globo de pensamiento y **expresá** si estás de acuerdo.

Se quiere calcular el volumen que ocupa una escultura hecha en plastilina.



a. ¿Estás de acuerdo con la chica? Si decís que no, **proponé** otra forma de calcular el volumen de la escultura. Si decís que sí, **explicá** cómo lo piensa.

Sí.

b. ¿Qué representa el líquido desplazado?

El volumen del cuerpo sumergido.

2. **Resolvé** el problema.

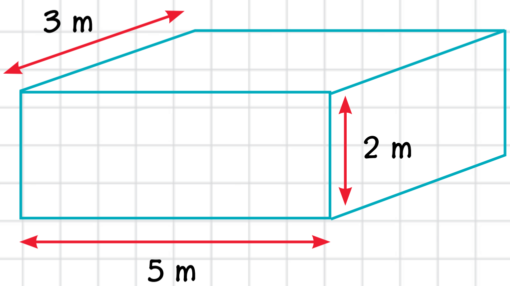
A Luz le gusta mantener llena la pileta de su casa durante el verano. Su hijo notó que cada vez que entra alguien, esta rebalsa sacando agua de su interior y pensó que podría encontrar una relación entre el agua que debe agregar y el volumen de la persona que se sumerge en la pileta, y así poder ayudar a su madre.

a. **Escribí** una expresión que le permita relacionar ambas magnitudes.

Vol. agua desplazada = Vol. persona

b. Hoy la pileta que tiene las siguientes dimensiones está casi llena. Cuando ingresó Luz, aumentó $\frac{1}{2}$ cm el nivel del contenido, ¿cuál es el volumen de ella?

75.000 cm^3



Teoría

Si consideramos el agua pura, podemos establecer equivalencias entre unidades de capacidad, masa (peso) y volumen:

$1 \text{ l} = 1 \text{ kg} = 1 \text{ dm}^3$ o 1.000 cm^3, dado que la densidad del agua es $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Hago mis cuentas

3. **Uní** con flechas los volúmenes de agua con los pesos correspondientes.

500 cm³	5,25 kg
30 dm³	$\frac{1}{2}$ kg
$5 \frac{1}{4}$ l	0,052 kg
52 cm³	30 kg

4. **Leé** lo que dicen los chicos y **respondé** en tu carpeta.

a. ¿Es cierto lo que dice la chica?

No es cierto.

b. ¿Qué se mide con 1,5 l?

La capacidad.

c. ¿Qué se mide con 1.500 cm³?

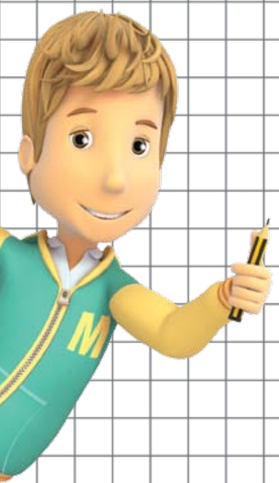
El volumen.

d. **Discutí** con tus compañeros cuál es, si es que existe, la relación entre las medidas de capacidad y de volumen.

$1.000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ l}$

Teoría

La forma de algunos objetos les permite contener sustancias. A esos objetos se los llama **recipientes** y de ellos se puede medir tanto la **capacidad** como su **volumen**. Nos referimos a la primera para indicar cuánto puede contener o guardar un recipiente. Generalmente se expresa en **litros** (**l**) o **mililitros** (**ml**). Y el volumen indica cuánto espacio ocupa un objeto. Generalmente se expresa en **metros cúbicos** (**m³**) o **centímetros cúbicos** (**cm³**).

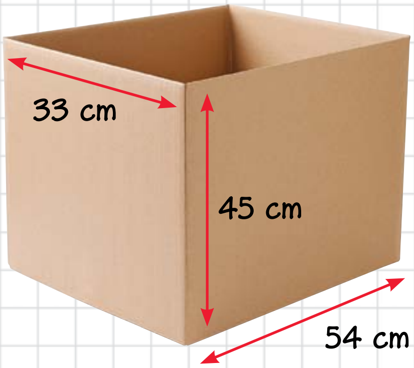


Hago mis cuentas

Se espera que el docente trabaje con los alumnos sobre las relaciones que existen entre los distintos cuerpos. Sobre todo, cuántas veces entra un cuerpo en otro o qué condiciones deben cumplir los cuerpos geométricos para poder establecer alguna relación entre sus volúmenes.

Relaciones entre volúmenes de cuerpos

1. **Realizá** con un compañero la experiencia que se encuentra en la sección "Cómo..." de la página 157 y luego **resolvé** los problemas de esta página.



a. ¿Cuánto espacio ocupará la siguiente caja en un depósito?

80.190 cm^3

b. ¿Y diez iguales a esta?

801.900 cm^3

c. ¿Y 100 de ellas?

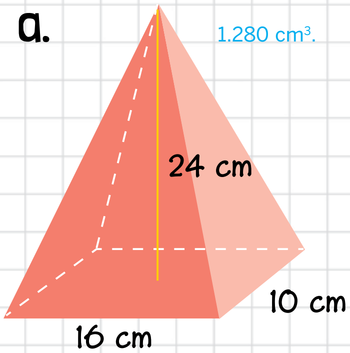
8.019.000 cm^3

d. ¿Y 50?

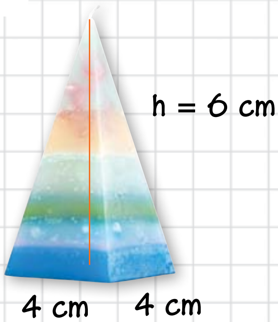
4.009.500 cm^3

2. **Calculá** el volumen de cada recipiente piramidal.

a. 1.280 cm^3.



b. 32 cm^3



Trabajar solo

- Si se sabe que en una caja entra una pirámide cubriendo toda la base y tocando con su cúspide la cara superior de la caja, ¿cuál es el volumen ocupado por dicha pirámide?
- **Escribí** una expresión que te permita calcular el volumen de cualquier pirámide.

Volumen pirámide = volumen del prisma : 3

3. **Elegí** cuál es el recipiente más conveniente.

En una competencia se debe llenar con arena una maceta cilíndrica. Cada participante deberá decidir si usar un recipiente con forma de semiesfera u otro cónico. Se sabe que los tres cuerpos tienen igual altura y radio.

a. **Indicá** con un ✓ la frase correcta.

- ◯ Si el participante usa la semiesfera hace menos viajes que si elige el cono.
- ✓ Si el participante usa el cono debe hacer menos viajes que si usa la semiesfera.
- ◯ Con el cono y la semiesfera realiza la misma cantidad de viajes.

b. **Explicá** cómo lo pensaste.

Producción personal.

4. **Leé** lo que escribió cada chico y luego **resolvé** en tu carpeta.

Benicio
Siempre que se llena un recipiente cilíndrico con un embudo en forma de cono se debe llenar 3 veces el embudo para lograr llenar hasta el borde el cilindro.

Lautaro
Solo en algunos casos si se llena un recipiente cilíndrico con un embudo en forma de cono, siempre se debe llenar 3 veces el embudo para lograr llenar hasta el borde el cilindro.

a. ¿Cuál de los chicos tiene razón? ¿Por qué?

Lautaro tiene razón porque influyen las medidas.

b. ¿En qué casos tendrá razón Benicio?

Cuando las bases y las alturas son iguales.

c. **Escribí** una expresión que te permita calcular el volumen de un cono a partir del volumen del cilindro.

Vol. cono $=$ Vol. cilindro $\times \frac{1}{3}$ con igual base e igual altura.

5. En parejas, teniendo en cuenta la expresión que escribieron en la actividad anterior y lo que encontró Sergio, **respondan**.
Sergio encontró en internet la siguiente fórmula:

Volumen esfera $= 4 \times \frac{1}{3} \times \pi \times r^3$

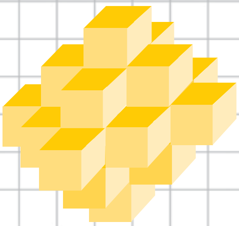
- ¿Cuántos conos de radio y altura "r" se pueden llenar con el líquido contenido en una esfera del mismo radio? 4

Hago mis cuentas

El docente puede sugerirles a los alumnos que realicen un esquema de los cuerpos para decidir cuál les conviene utilizar. Luego, pueden investigar cuáles son las fórmulas de volumen de los cuerpos y verificar sus predicciones.

Problemas que son emblema

1. **Indicá** cuántos cubitos componen el siguiente cuerpo.

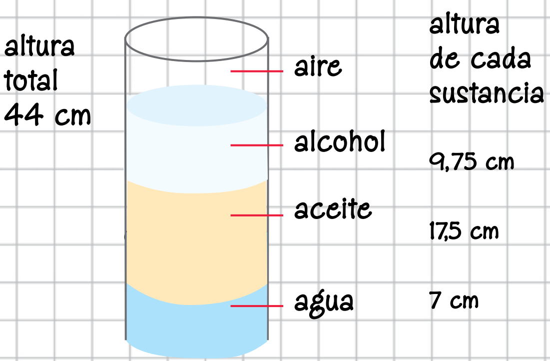


21

2. **Resolvé** el problema justificando cómo lo pensaste.
En una caja entran justas 6 latas de arvejas cilíndricas e iguales. Si las latas tienen la misma altura que la caja, ¿cabe $\frac{1}{2}$ dm³ de arena en los espacios que quedan libres?

Sí, cabe.

3. **Respondé** teniendo en cuenta la figura.
Si se sabe que el siguiente cilindro tiene un diámetro de 67 mm...



a. **Calculá** en tu hoja la capacidad del cilindro.

Aprox. 1.550,5 cm³

b. ¿Cuál es el volumen ocupado por cada sustancia?

Agua = 246,67 cm³
Aceite = 616,67 cm³
Alcohol y aire = 343,58 cm³

4. **Realizá** los cálculos y **respondé**.
Se tiene un cubito de 1 cm de arista y otro de 1 dm de arista, **indicá**.

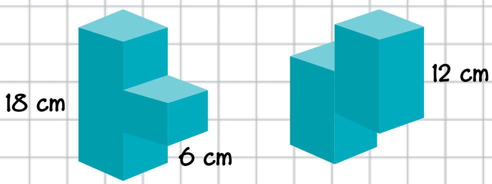
a. ¿Cuántos cm³ hay en un dm³?

1.000 cm³

b. ¿Cuántos dm³ hay en un cm³?

0,001 dm³

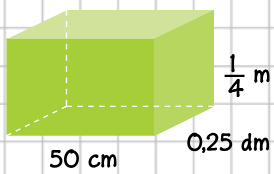
5. **Calculá** el volumen de los siguientes cuerpos sabiendo que en todos los casos las bases son cuadrados iguales.



216 cm³ + 648 cm³ = 864 cm³
432 cm³ + 432 cm³ = 864 cm³

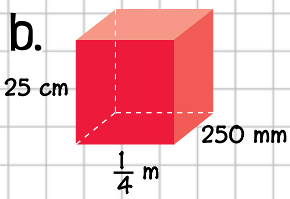
6. **Calculá** en tu carpeta el volumen de los siguientes prismas.

a.



3.125 cm³

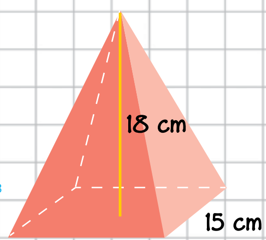
b.



15.625 cm³

7. **Calculá** el volumen de un prisma de igual base y altura que la siguiente pirámide de base cuadrada.

Pirámide:
1.350 cm³
× 3 = 4.050 cm³
(Prisma)



¿Cómo... calcular volúmenes?

1. **Realizá** la siguiente experiencia con un compañero.

Materiales necesarios: hoja cuadriculada, regla, lápiz, tijera y arena seca y limpia.

Procedimiento

1. **Dibujá** en tu hoja cuadriculada los desarrollos planos de un prisma y de una pirámide, ambos de base cuadrada. La medida de dicha base es 3 cm de lado y la altura de cada cuerpo es de 5 cm. No olvides dibujarle a cada uno las solapas que, al recortarlo, te permitan unir las caras de los mismos.
2. **Quitá** la base de la pirámide y una de las del prisma.
3. Luego, **llená** la pirámide con arena fina y seca. **Volcá** el contenido en el prisma.

- **Realizá** el procedimiento tantas veces como puedas hasta que el prisma esté lleno y **contestá**: ¿cuántas veces debiste realizar el procedimiento?

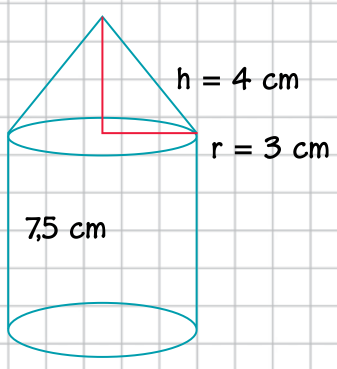
Esto es así porque el volumen de una pirámide es $\frac{1}{3}$ del de un prisma con igual base y altura.

Del mismo modo, existe una relación entre el volumen de un cono y el volumen de un cilindro cuyos radios y alturas son iguales. Podés comprobarlo realizando ambos cuerpos y trasvasando.

Con un cono se puede llenar $\frac{1}{3}$ del cilindro, por lo tanto, para averiguar el volumen de un cono debe hacerse: $\frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$.

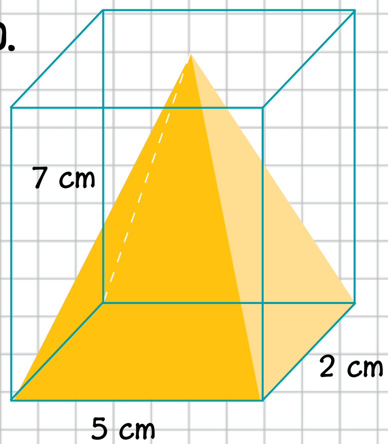
2. **Calculá** los volúmenes de los siguientes cuerpos.

a.



249,63 cm^3

b.



23,33 cm^3

El medallero

Autoevaluación en clase

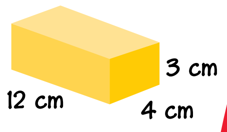
Cada respuesta correcta vale **20 puntos**

100 puntos	120 puntos	140 puntos

1

> **Indicá** con un ✓ el valor del volumen que ocupa el prisma.

- ☐ 134 cm^3
- ☑ 144 cm^3
- ☐ 154 cm^3



Puntaje verificado: ___ pts.

2

> **Completá** con verdadero (V) o falso (F).

F El volumen de una esfera es $\frac{1}{4}$ del de un cilindro de igual radio.

Puntaje verificado: ___ pts.

3

> **Estimá** y **subrayá** la respuesta correcta.

El volumen de un cilindro de 6 cm de radio y 10 cm de altura es:

- menor que 400 cm^3.
- mayor que 400 cm^3.
- igual a 400 cm^3.

Puntaje verificado: ___ pts.

4

> **Marcá** con un ✓ la respuesta correcta.

- Si el volumen de un prisma es de 504 cm^3 y su base tiene un área de 63 cm^2, la altura es...

☐ 9 cm. ☐ 7 cm. ☑ 8 cm.

Puntaje verificado: ___ pts.

5

> **Calculá** la cantidad de latas llenas de arena que hay que colocar en un cucurucho para llenarlo al ras si la altura del cucurucho es el triple de la altura de la lata y ambos tienen la misma base. 3 latas.

Puntaje verificado: ___ pts.

6

> **Completá** la frase.

- Si sumergimos un cuerpo dentro de un recipiente con agua, el líquido derramado corresponde al volumen del cuerpo sumergido.

Puntaje verificado: ___ pts.

7

> **Escribí** las equivalencias.

- 1 litro de agua es igual a...

1 dm^3.
1.000 cm^3.
1 kg.

Puntaje verificado: ___ pts.

Mi puntaje total: ___ ___ ___ puntos.

Escribí tu nombre bajo la medalla que ganaste.
Si no obtuviste ninguna, revisá el capítulo.

La Matemática de hoy...

-de la Reflexión al Conocimiento-

A la comunidad educativa, toda:

En esta suerte de 'declaración de principios' los especialistas y editores responsables de Estación Mandioca de ediciones s.a, queremos dejar expresamente dicho qué tipo de Matemática es el que hoy, concebimos:

• Una Matemática que proponga desafíos y nos involucre de lleno, en la **resolución de problemas o de situaciones problemáticas**.

• Una Matemática que nos advierta que lo único importante no es el resultado, sino en **cómo pensamos y argumentamos** para concluir en él.

• Una Matemática guiada por la **reflexión** y el **debate constructivo** y abierto.

• Una Matemática que nos permita descubrir cuán valiosa es la forma y el **razonamiento de los otros**.

• Una Matemática que se enriquezca en el **diálogo** y en el **intercambio de ideas** y en las hipótesis para la construcción de saberes individuales o colectivos.

• Una Matemática que genere fuertes vínculos entre los conocimientos que se producen y los **saberes que evolucionan** *en el vaivén* de los razonamientos que la misma Matemática propone.

• Una Matemática que con el aporte de cada uno sepa **retomar**, **complejizar**, **modificar** y **profundizar** *la comprensión de quienes se abocan a ella para su conocimiento y dominio.*

En síntesis, disfrutamos con esta nueva Matemática que nos convoca a ser protagonistas principales y airosos, en la construcción de nuestros propios y permanentes aprendizajes.

Valeria Villamil
Asesora didáctico-pedagógica

Entre problemas resueltos y debates abiertos, calculamos que este libro se terminó de imprimir durante el mes de enero de 2016, en los talleres gráficos de Gráfica Pinter S. A., Diógenes Taborda 48, Buenos Aires, Argentina.